

Қазақстан Республикасының Білім және ғылым министрлігі  
Д.СЕРІКБАЕВ АТЫНДАҒЫ ШЫҒЫС ҚАЗАҚСТАН МЕМЛЕКЕТТІК  
ТЕХНИКАЛЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

**Г.К. Уазырханова**

## **Лекциялар жинағы**

Физика 1 бөлімі бойынша 050704 мамандығының қазақ бөлімінде  
сырттай оқитын студенттерге арналған

Өскемен  
2009

## МАЗМҰНЫ

| Тақырыбы  | Беті |
|---|------|
| 1 лекция. 1 Кіріспе. Кинематика негіздері   |      |
| 1.1 Кіріспе. Механика және оның құрылымы жөнінде түсінік.   | 4    |
| 1.2 Механикалық қозғалыс. Материялық нүкте. Санақ жүйесі.<br>Қозғалыстың салыстырмалылығы.                  | 5    |
| 1.3 Жол және орын ауыстыру  | 6    |
| 1.4 Жылдамдық. Жылдамдықтың түрлері. Бірқалыпты қозғалыс  | 7    |
| 1.5 Үдеу және оның құраушылары. Бірқалыпты үдемелі қозғалыс   | 9    |
| 1.6 Қозғалыстың графикалық кескіні  | 12   |
| 1.7 Денелердің еркін тусуі. Еркін тусу үдеуі.   | 13   |
| 1.8 Бұрыштық жылдамдық және бұрыштық үдеу   | 16   |
| 1.9 Шеңбер бойымен бірқалыпты қозғалыс  | 17   |
| 2 лекция. 2 Динамика негіздері  |      |
| 2.1 Ньютонның бірінші заңы. Дене салмағы. Инерттілік. Зат<br>тығыздығы.                                     | 18   |
| 2.2 Ньютонның екінші заңы. Күш және үдеу.   | 19   |
| 2.3 Ньютонның үшінші заңы.  | 20   |
| 2.4 Бүкіләлемдік тартылыс заңы.   | 21   |
| 2.5 Дененің ауырлық күшінің әсерінен қозғалуы. Ғарыштық<br>жылдамдықтар.                                    | 21   |
| 2.6 Серпімділік күші. Қатты дененің деформациялану түрлері.<br>Серпімділік модульі. Гук заңы. Үйкеліс күші. | 22   |
| 3 лекция. Жұмыс. Қуат. Энергия.   |      |
| 3.1 Тұрақты күштің жұмысы.  | 26   |
| 3.2 Қуат  | 27   |
| 3.3 Кинетикалық энергия. Жылдамдықтың өзгеруі кезіндегі жұмыс   | 28   |
| 3.4 Потенциалдық энергия. Ауырлық күшінің жұмысы  | 29   |
| 3.5 Серпімді–деформацияланған дененің потенциалдық энергиясы.<br>Серпімді күштің жұмысы                     | 31   |
| 4 лекция. Сақталу заңдары   |      |
| 4.1 Дененің импульсі. Реактивті қозғалыс  | 32   |
| 4.2 Импульстің сақталу заңы. Массалар центрі  | 33   |
| 4.3 Толық энергияның сақталу заңы   | 35   |
| 4.4 Энергияның түрленуі. Механикалық энергияның сақталу заңы<br>Механизмдердің ПӘК-і                        | 36   |
| 5 лекция. Арнайы салыстырмалы теория элементтері  |      |
| 5.1 Галилейдің салыстырмалылық принципі   | 38   |
| 5.2 Лоренц түрлендірулері   | 40   |
| 5.3 Релятивистік жағдайдағы энергияның сақталу заңы   | 41   |
| 6 лекция. Қатты дененің айналмалы қозғалысының динамикасы   |      |
| 6.1 Инерция моменті. Штейнер теоремасы  | 42   |
| 6.2 Айналмалы қозғалыстың кинетикалық энергиясы   | 43   |
| 6.3 Күш моменті. Қатты дененің айналмалы қозғалыс<br>динамикасының негізгі теңдеуі.                         | 44   |
| 6.4 Импульс моменті және оның сақталу заңы.   | 45   |
| 7 лекция. Сұйықтар механикасының элементтері  |      |

|  |     |
|--|-----|
| 7.1 Жылдамдық векторының өрісі. Ағын сызығы. Стационарлық ағыс. Ағын түтігі.                 | 46  |
| 7.2 Бернулли теңдеуі. Ньютонның тұтқырлық үйкеліс заңы. Стокс формуласы. Пуазейль формуласы. | 47  |
| 8 лекция. Молекулалық физика негіздері   |     |
| 8.1 Молекула-кинетикалық теориясының негізгі қағидалары                                      | 49  |
| 8.2 Идеал газдың күй теңдеуі (Менделеев-Клапейрон теңдеуі)                                   | 50  |
| 8.3 Идеал газдың молекулалы – кинетикалық теориясының негізгі теңдеуі.                       | 51  |
| 8.4 Барометрлік формула. Больцман үлестірілуі.   | 53  |
| 8.5 Тасымалдау құбылыстарының жалпы теңдеуі  | 55  |
| 9 лекция. Термодинамика негіздері  |     |
| 9.1 Ішкі энергия. Термодинамиканың бірінші бастамасы   | 58  |
| 9.2 Термодинамикадағы жұмыс.   | 60  |
| 9.3 Газдың жылу сыйымдылығы. Термодинамиканың екінші бастамасының тұжырымдамалары            | 61  |
| 9.4 Энтропия. Жылулық қозғалтқыштар.   | 63  |
| 9.5 Жылу және суытқыш машиналар  | 64  |
| 10 лекция. Нақты газдар  |     |
| 10.1 Молекулалардың меншікті көлемін е және өзара тартылуын ескеру                           | 66  |
| 10.2 Ван-дер-Ваальс теңдеуі  | 67  |
| 10.3 Нақты газдың ішкі энергиясы. Джоуль-Томсон эффектісі.                                   | 68  |
| 11 лекция. Электростатика  |     |
| 11.1 Электростатика. Электростатикалық өрістің кернеулігі мен потенциалы.                    | 70  |
| 11.2 Электростатикалық өрістерді есептеу   | 74  |
| 11.3 Диэлектрлік ортадағы электростатикалық өріс.  | 77  |
| 11.4 Электростатикалық өрістегі өткізгіштер. Конденсаторлар.                                 | 80  |
| 13 лекция Тұрақты электр тогы  |     |
| 13.1 Ток күші. Ом заңы   | 84  |
| 13.2 Токтың жұмысы мен қуаты.  | 86  |
| 13.3 Металдағы, вакуумдағы және газдағы электр тогы.   | 90  |
| 13.4 Эмиссия құбылыстары. Газ разрядтары.  | 94  |
| 14 лекция. Магнетизм   |     |
| 14.1 Вакуумдағы магнит өрісі. Био-Савар-Лаплас заңы  | 98  |
| 14.2 Ампер заңы. Лоренц күші.  | 101 |
| 14.3 Зарядталған бөлшектердің магнит өрісіндегі қозғалысы.                                   | 101 |
| 14.4 Магнит индукциясы векторының ағыны.   | 102 |
| 14.5 Электромагниттік индукция. Фарадей заңы.  | 104 |
| 14.6 Өзіндік индукция. Өзара индукция. Трансформатор   | 105 |
| 15 лекция. Заттардағы магнит өрісі   |     |
| 15.1 Заттардың магниттік қасиеттері. Диа-және –парамагнетиктер. Ферромагнетиктер.            | 108 |
| 15.2 Электромагниттік өріске арналған Максвелл теңдеулері.                                   | 110 |
| Қолданылған әдебиеттер тізімі  | 113 |

## 1 лекция.

### 1.1 Кіріспе. Механика және оның құрылымы жөнінде түсінік.

Механикалық қозғалыс заңдары физиканың бірінші бөлімі – **механикада** қарастырылады.

**Механика** – материя қозғалысының ең қарапайым формасын, яғни денелердің немесе олардың жеке бөліктерінің бір-бірімен салыстырғанда орын ауыстыруын зерттейтін ғылым. Бұл қозғалыс механикалық қозғалыс деп аталады.

Галилей-Ньютонның механикасы классикалық механика деп аталады және жылдамдығы жарық жылдамдығымен салыстырғанда өте аз болатын макроскопиялық денелердің қозғалыс заңдарын оқытады. А.Эйнштейннің тұжырымдауы бойынша макроскопиялық денелердің жарық жылдамдығымен салыстырмалы жылдамдығының қозғалыс заңдары - салыстырмалық теориясы көмегімен қарастырылады. Макроскопиялық денелер (жеке атомдар және элементар бөлшектер) қозғалысын сипаттау үшін классикалық механика заңдары қолданылмайды - оларды кванттық механика оқытады

**Кинематика** – денелер қозғалысын, осы қозғалысты тудыру себептерін қарастырмай оқытатын бөлім

**Динамика** – денелер қозғалысының заңдарын, осы қозғалысты тудыратын және өзгертетін себептерді қарастыра отырып оқытатын бөлім

**Статика** – денелер жүйесінің тепе-теңдік заңдарын қарастырады. Егер денелер қозғалысының заңдары белгілі болса, онда олардың көмегімен тепе-теңдік заңдарын тұжырымдауға болады. Сондықтан физикада статика заңдарын динамика заңдарынан бөліп-жарып қарастырмайды.

Механикалық қозғалыстардың ішіндегі ең қарапайымы болып материялық нүкте қозғалысы табылады.

**Физиканың эксперименттік және теориялық әдістері.** Физика – тәжірибеге сүйенетін ғылым; ол қолданатын негізгі мәліметтер мен физиктер жасайтын қорытындылар эксперимент нәтижесінде тәжірибеден алынады. Алайда, негізінен математиканың құралдары мен әдістеріне сүйене отырып жасалатын теориялық талдаусыз белгісіз заңдылықтарды түптеп зерттеу мүмкін болмаған еді.

**Физикалық заңдар.** Барлық құбылыстар мен үрдістер өзара белгілі бір себеп-салдарлық байланыста болады. Бақылаулар мен тәжірибелер негізінде оқымыстылар әртүрлі шамалардың өзгерулері арасындағы заңды және белгілі бір себептік өзара байланыстарды анықтайды.

**Физикалық шамалар және оларды өлшеу.** Физикалық шамалар өзгерістерін қашанда өлшеулер арқылы, сандық жолмен анықтауды қажет ететін дене қасиеттері мен үрдіс сипаттамаларын ашып береді, яғни берілген шаманы бір бірлікке баланған тура сол тектес белгілі бір шамамен салыстыру арқылы анықтайды.

**Физикалық шамалардың бірліктер жүйесі.** Негізгі және туынды бірліктер. Физикалық шаманың өлшемділігі. Негізгі бірліктерді таңдау. Негізгі

бірліктердің саны. Бірліктер жүйесін таңдаудың шарттылығы. Халықаралық бірліктер жүйесі (СИ). Уақыт бірлігі – секунд. Ұзындық бірлігі – метр. Масса бірлігі – килограмм. Ондық еселік және үлестік бірліктер.

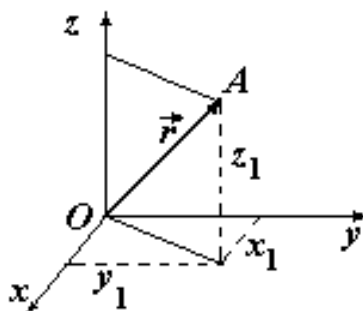
Материя қозғалысының формалары әртүрлі: механикалық, электромагниттік, жылулық, және басқалары. Материя қозғалысының ең қарапайым түрі болып **қозғалыстың механикалық формасы** саналады: әртүрлі денелердің бір біріне салыстырмалы түрде орын ауыстыруы және дене формасының өзгеруі.

## 1.2 Механикалық қозғалыс. Материялық нүкте. Санақ жүйесі. Қозғалыстың салыстырмалылығы.

**Материялық нүкте** – деп қарастырылып отырған жағдайда өлшемі мен пішінін ескермеуге болатын денені айтады. Материялық нүкте - бұл абстрактілі ұғым, оны енгізу көптеген физикалық құбылыстарды оңайлатады. Мысалы, орбита бойымен Күнді айнала қозғалып жүрген планеталарды материялық нүкте ретінде қарастыруға болады. Себебі планеталардың бір-бірінен немесе Күннен ара қашықтығы өзінің өлшемінен бірнеше есе аз.

Қозғалыстағы дене уақыт өтуіне қарай басқа денелерге қатысты өзінің орнын өзгертіп отырады. Сондықтан да материялық нүкте қозғалысын сипаттау үшін, осы нүктенің кеңістіктегі орнын және уақыт өтуіне қарай оның қалай өзгертетінін білуіміз керек.

Қарастырылып отырған материялық нүктенің орны алдын-ала таңдап алынған қандай да бір басқа денеге қатысты анықталады. Ол дене **санақ денесі** деп аталады. Бірақ, оның да қозғалыста болуы әбден мүмкін. Сондықтан да қозғалыс алдын-ала таңдап алынған қандай да бір денеге қатысты қарастырылады. Осылай таңдап алынған дене шартты түрде қозғалмайтын болып есептеледі де, ал онымен байланысып тұрған  $x_1$ ,  $y_1$  және  $z_1$  координаталар жүйесі материялық нүктенің орнын анықтайтын **санақ жүйесі** деп аталады. А нүктесінің кеңістіктегі орны (декарттық координаталар жүйесінде) санақ басынан берілген нүктеге дейін жүргізілген  $\vec{r}$  радиус-векторымен немесе осы вектордың  $x_1$ ,  $y_1$  және  $z_1$  осьтеріндегі проекциялары арқылы анықталады. (суретті қара).



Қозғалыстағы материялық нүктенің координаталары уақыт өтуіне байланысты өзгеріп отырады.

Жалпы оның қозғалысы

$$\vec{r} = \vec{r}(t).$$

векторлық теңдеуіне эквивалентті мынадай

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t),$$

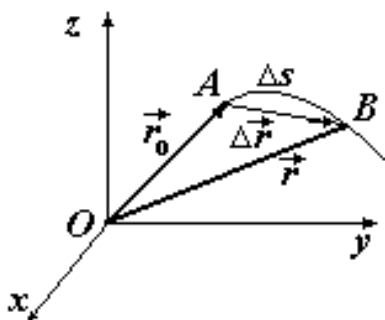
үш скаляр теңдеулер арқылы анықталады.

Нүктенің кеңістіктегі орнын толық анықтайтын тәуелсіз координаталар саны **еркіндік дәрежесінің саны** деп аталады. Егер материялық нүкте кеңістікте еркін қозғалатын болса, онда оның еркіндік дәрежесінің саны үшке тең, өйткені оның орны үш координатамен  $x, y, z$  анықталады. Ал егер қандай да бір жазықтықта қозғалса, онда екі еркіндік дәрежесіне, түзу сызық бойымен қозғалса бір еркіндік дәрежесіне ие бола алады. Қозғалыс теңдеулеріндегі  $t$  уақытты алып тастасақ, онда материялық нүкте қозғалысының траекториясының теңдеуін аламыз.

**Траектория** - деп материялық нүктенің кеңістіктегі жүріп өткен ізін көрсететін үздіксіз сызықты атайды. Траекторияның түр-сипатына қарап қозғалысты **түзу сызықты** және **қисық сызықты** деп бөледі.

### 1.3 Жол және орын ауыстыру

Материялық нүктенің траектория бойымен қозғалысын қарастырайық. Уақытты санауды нүкте А орнында тұрған мезеттен бастайық. Материялық нүктенің уақытты санау басталған мезеттен жүріп өткен АВ траекториясы участогының ұзындығы  $\Delta s$  жол деп аталады. Ол уақыттың скаляр туындысы болып табылады:  $\Delta s = \Delta s(t)$ .



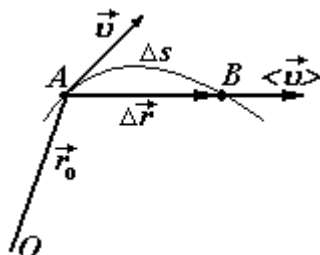
$\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$  векторы, яғни дененің бастапқы және соңғы орнын қосатын вектор - **орын ауыстыру** деп аталады: ол дененің бастапқы қозғалыс нүктесінен соңғы нүктесіне бағытталады.

Түзу сызықты қозғалыс кезіндегі орын ауыстыру векторы өзіне сәйкес келетін траектория участогымен беттеседі және де орын ауыстыру модулі  $\Delta \vec{r}$  жүрілген  $\Delta s$  жолға тең болады.

## 1.4 Жылдамдық. Жылдамдықтың түрлері. Бірқалыпты қозғалыс

Материялық нүкте қозғалысын сипаттау үшін, қозғалыстың шапшаңдығын және бағытын сипаттайтын физикалық векторлық шама қозғалыс жылдамдығы енгізіледі.

Материялық нүкте қандай да бір қисық сызықты траектория бойымен қозғалыс жасайды делік, және  $t$  уақыт мезетіне  $\vec{r}_0$  радиус векторы сәйкес келеді делік. Нүкте біраз  $\Delta t$  уақыт аралығында  $\Delta s$  жол жүреді және  $\Delta \vec{r}$  элементар орын ауыстырады.



$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \Delta \vec{r}$$

шамасы қозғалыстың  $\Delta t$  уақыт аралығындағы орташа жылдамдығы деп аталады.

**Орташа жылдамдық бағыты  $\Delta \vec{r}$  бағытымен бағыттас болады.**

егер векторлар  $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$  формуласымен байланысқан болса, онда олардың бағыттары бірдей болады.

Егер орташа жылдамдықты табу теңдеуінде уақыт өзгерісі  $\Delta t \rightarrow 0$  шегіне ұмтылса, онда  $\vec{v}$  лездік жылдамдықтың өрнегін аламыз:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

**Лездік жылдамдық  $\vec{v}$  – векторлық шама, ол қозғалыстағы нүктенің радиус векторының уақыт бойынша бірінші туындысына тең.**

**$\vec{v}$  жылдамдық векторының бағыты траекторияға жанама бойымен қозғалыс бағытына қарай бағытталады.**

$\Delta t$  уақыт азайған сайын  $\Delta s$  жол  $|\Delta \vec{r}|$ -ға жақындай түседі. Сондықтан

$$v = |\vec{v}| = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Осыдан лездік жылдамдықтың сандық мәні жолдың уақыт бойынша бірінші туындысына тең:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Егер қозғалыс **бірқалыпсыз** болса, онда лездік жылдамдықтың сандық мәні уақыт өтуімен өзгергенде, берілген учаскедегі бірқалыпсыз қозғалыстың скалярлық шамасы  $\langle v \rangle$  - **орташа жылдамдығы** қолданылады:

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$\Delta s > |\Delta \vec{r}|$  болғандықтан, сурет бойынша  $\langle v \rangle > |\langle \vec{v} \rangle|$  және тек қана түзу сызықты қозғалыс кезінде  $\Delta s = |\Delta \vec{r}|$ .

Егер  $t$ -тан  $t+\Delta t$  уақытқа дейінгі аралықта  $ds=vdt$  теңдеуін интегралдайтын болсақ, онда  $\Delta t$  уақыт аралығында жүрілген жол ұзындығын табамыз:

$$s = \int_t^{t+\Delta t} v dt$$

Егер **бірқалыпты қозғалыста** лездік жылдамдықтың сандық мағынасы тұрақты болса, онда жол формуласы мына түрге келеді.

$$s = v \int_t^{t+\Delta t} dt = v \Delta t,$$

немесе жай ғана  $s=v \cdot t$ , себебі  $\Delta t=t-t_0=t$ , тек бастапқы уақыт нөлге сәйкес келсе  $t_0=0$ .

Нүктенің  $t_1$  және  $t_2$  уақыт аралығында жүрілген жолы мына интегралмен анықталады

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$$

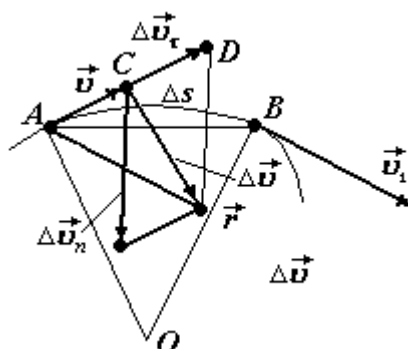
Тестерде кездесетін бірқалыпты түзу сызықты қозғалысты қарастыратын және орташа жылдамдықты анықтайтын типтік есептерді қарастырайық.



## 1.5 Үдеу және оның құраушылары. Бірқалыпты үдемелі қозғалыс

Бірқалыпсыз қозғалыс кезінде, жылдамдықтың уақыт өтуіне байланысты өзгеру шамаңдығын білу өте маңызды. Жылдамдықтың өзгеру шапшаңдығын бағыты мен модулі бойынша сипаттайтын физикалық шама **үдеу** болып табылады.

$t$  уақыт мезетіндегі  $A$  нүктесінің жылдамдығын  $\vec{v}$  векторы көрсетсін делік. Қозғалыстағы нүкте  $\Delta t$  уақыт аралығында  $B$  нүктесіне келсін және де модулі мен бағыты бойынша  $\vec{v}$ -дан өзгеше  $\vec{v}_1 = \vec{v} + \Delta\vec{v}$  тең жылдамдыққа ие болсын.  $\vec{v}_1$  векторын  $A$  нүктесіне көшіріп  $\Delta\vec{v}$  табамыз.



Бірқалыпсыз қозғалыс кезіндегі дененің  $t$ -дан  $t+\Delta t$  уақыт интервалындағы орташа үдеуі деп,  $\Delta\vec{v}$  жылдамдық өзгерісінің  $\Delta t$  уақыт интервалына қатынасына тең векторлық шаманы айтады:

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Материялық нүктенің  $t$  уақыт мезетіндегі  $\vec{a}$  лездік үдеуі орташа үдеудің шегі болып табылады:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \langle \vec{a} \rangle = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Осыдан  $\vec{a}$  үдеу дегеніміз жылдамдықтың уақыт бойынша бірінші туындысына тең векторлық шама.

$\Delta\vec{v}$  векторын екі құраушыға жіктеуге болады. Ол үшін  $A$  нүктесінен бастап,  $\vec{v}$  жылдамдығының бағыты бойынша және модулі жағынан  $\vec{v}_1$ -ге тең  $AD$  векторын бөліп алайық. Осыдан  $\Delta\vec{v}_\tau$ -ға тең  $CD$  векторы  $\Delta t$  уақыт аралығындағы жылдамдықтың **модулі бойынша** өзгеруін көрсетеді:  $\Delta v_\tau = v_1 - v$ . Ал екінші құраушысы  $\Delta\vec{v}_n$  векторы  $\Delta t$  уақыт аралығындағы жылдамдықтың өзгерісін **бағыты бойынша** сипаттайды.

Жылдамдықтың уақыт бойынша туындысы болып табылатын  $\frac{\Delta v_\tau}{\Delta t}$  қатынасының шегі берілген  $t$  уақыт мезетіндегі жылдамдық өзгерісінің

шапшаңдығын анықтайды және үдеудің  $a_\tau$  тангенциал құраушысы болып табылады

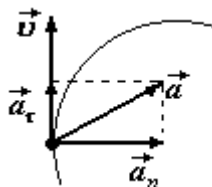
$$a_\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_\tau}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}.$$

Үдеудің екінші құраушысын анықтайық. В нүктесі А нүктесіне өте жақын орналасқан деп есептесек, онда  $\Delta s$  жолды - радиусы  $r$  тең қандай да бір шеңбердің, бірақ АВ хордасынан біраз өзгеше, дөңес деп алуға болады.  $AOB$  және  $EAD$  үшбұрыштарынан мынаны  $\frac{\Delta v_n}{AB} = \frac{v_1}{r}$  көруге болады,  $AB = v \Delta t$  болғандықтан

$$\frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \frac{v v_1}{r}$$

$\Delta t \rightarrow 0$   $\vec{v}_1 \rightarrow \vec{v}$  шектері бойынша

$\vec{v}_1 \rightarrow \vec{v}$  болғандықтан  $EAD$  бұрышы нөлге ұмтылады, ал  $EAD$  үшбұрышы теңбүйірлі болғандықтан  $\vec{v}$  және  $\Delta \vec{v}_n$  арасындағы  $ADE$  бұрышы түзу сызыққа ұмтылады. Осыдан  $\Delta t \rightarrow 0$  болғанда  $\Delta \vec{v}_n$  және  $\vec{v}$  векторлары бір-бірімен перпендикуляр болып шығады. Жылдамдық векторы траекторияға жанама бойымен бағытталғандықтан, жылдамдыққа перпендикуляр  $\Delta \vec{v}_n$  векторы дөңгелек қисығының центріне қарай бағытталады.



$$a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$

Мынаған тең үдеудің екінші құраушысы

**үдеудің нормаль құраушысы деп аталады және траекторияға нормаль бойынша оның қисығының центріне қарай бағытталады (сондықтан оны центрге тартқыш  $a_n$  деп те атайды).**

Дененің толық үдеуі тангенциал және нормаль құраушыларының геометриялық қосындысына тең (суретті қара):

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

Үдеудің тангенциал құраушысы жылдамдық өзгерісінің шашандығын модулі бойынша сипаттайды (траекторияға жанама бойымен бағытталады), ал үдеудің нормаль құраушысы жылдамдық өзгерісінің шашандығын бағыты бойынша сипаттайды (траектория қисығының центріне қарай бағытталады).

Үдеудің тангенциал және нормаль құраушыларын ескере отырып, қозғалысты келесі түрлерге классификациялауға болады:

- 1)  $a_\tau = 0, a_n = 0$  – түзу сызықты бірқалыпты қозғалыс;
- 2)  $a_\tau = a = \text{const}, a_n = 0$  – түзу сызықты бірқалыпты айнымалы қозғалыс. Мұндай қозғалыс кезінде:

$$a_\tau = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

Егер бастапқы уақыт мезеті  $t_1=0$ , ал бастапқы жылдамдық  $v_1=v_0$  болса, онда

$t_2=t$  және  $v_2=v$  деп белгілеп,  $a = \frac{v - v_0}{t}$  аламыз, осыдан

$$v = v_0 + at.$$

Осы формуланы нөлден қандай да бір уақыт мезеті шектерінде интегралдап, бірқалыпты айнымалы қозғалыс жағдайындағы жүрілген жол формуласын аламыз:

$$s = \int_0^t v dt = \int_0^t (v_0 + at) dt = v_0 t + \frac{at^2}{2};$$

- 3)  $a_\tau = f(t), a_n = 0$  – түзу сызықты айнымалы үдемелі қозғалыс;

- 4)  $a_\tau = 0, a_n = \text{const}$ .  $a_\tau = 0$  болғанда жылдамдық модулі бойынша өзгермейді,

керісінше бағыты бойынша өзгереді.  $a_n = \frac{v^2}{r}$  формуласынан қисықтық

радиусы тұрақты болуы керек екенін көреміз. Осыдан жылдамдығы модулі бойынша тұрақты шеңбер бойымен қозғалысты көреміз;

- 5)  $a_\tau = 0, a_n = f(t)$  – модулі бойынша жылдамдығы тұрақты қисық сызықты қозғалыс;

- 6)  $a_\tau = \text{const}, a_n \neq 0$  – қозғалыс жылдамдығы модулі бойынша қисық сызықты бірқалыпты айнымалы қозғалыс;

- 7)  $a_\tau = f(t), a_n \neq 0$  – қисық сызықты айнымалы үдемелі қозғалыс.

**Бірқалыпты айнымалы түзу сызықты қозғалысты өрнектейтін**

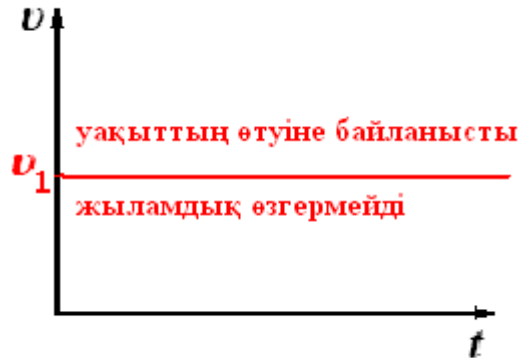
**теңдеулер:**  $v = v_0 \pm at, \quad s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2},$

мұндағы «-» таңбасы бірқалыпты кемімелі қозғалысқа, «+» таңбасы бірқалыпты үдемелі қозғалысқа сәйкес келеді.

## 1.6 Қозғалыстың графиктік кескіні

Түзу сызықты бірқалыпты қозғалысты қарастырайық  $\vec{v} = const$ ,

егер жылдамдықтың бағыты мен модулі тұрақты болса.



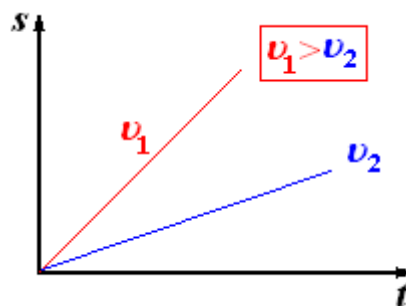
Берілген жағдайда орташа жылдамдық шамасы лездік жылдамдық шамасына тең

$$\langle v \rangle = v = v_1.$$

Жол мен жылдамдықтың арасындағы тәуелділік келесі теңдеумен анықталады

$$s = vt,$$

бұған келесі график сәйкес келеді



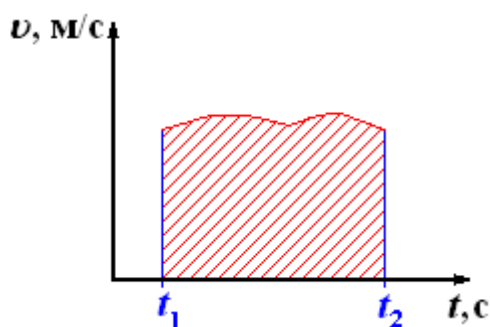
Егер дене бірқалыпты түзу сызықты ( $Ox$  осі бойынша) қозғалатын болса, онда оның координата теңдеуі былай жазылады:

$$x = x_0 \pm vt,$$

мұндағы « $\pm$ » таңбасы  $Ox$  өсіне қарама - қарсы қозғалысқа сәйкес келеді



Берілген алгоритм  $v=v(t)$  тәуелділігінің кез келген сипаттамасы кезінде жарамды бола алады



Мысалы, берілген график үшін  $t_1$  және  $t_2$  уақыт аралығында жүрілген жол штрихталған бөліктің ауданына тең (қозғалыс графигімен шектелген фигура).

### 1.7 Денелердің еркін тусуі. Еркін тусу үдеуі.

Дененің вертикаль бағыттағы Жердің ауырлық өрісіндегі қозғалысының кинематикалық теңдеуі мына түрде жазылады:

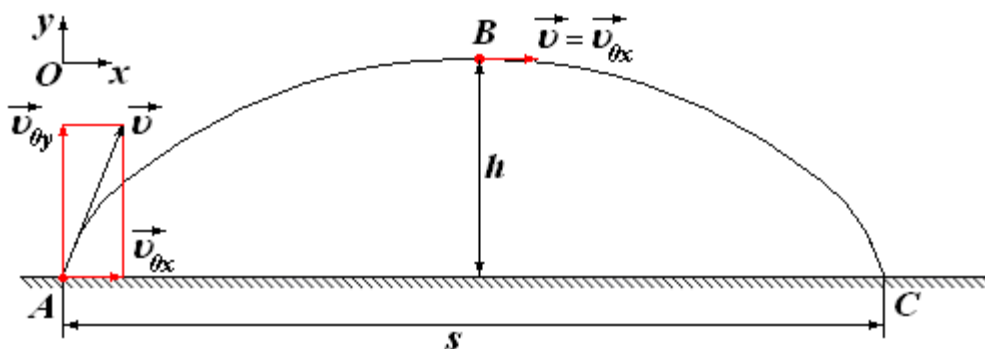
$$v = v_0 \pm gt; \quad h = v_0 t \pm \frac{gt^2}{2},$$

мұндағы  $g=9,81 \text{ м/с}^2$  - еркін түсу үдеуі. Қозғалыс тұзусызықты бірқалыпты айнымалы болып табылады.

Егер де ауа кедергісін ескермесек, онда барлық денелер Жер бетіне бірдей үдеумен келіп түседі және де ол еркін түсу үдеуіне тең болады.

Көкжиекке бұрыш жасай лақтырылған дене қозғалысы жайлы есеп жиі кездесетін есептердің бірі болып табылады.

Бастапқы жылдамдығы  $v_0$  тең дене көкжиекке  $\alpha$  бұрыш жасай лақтырылған.  $h$  көтерілу биіктігін,  $s$  ұшу алыстығын, қозғалысқа кеткен  $t$  уақыт ұзақтығын анықта. Ауа кедергісі ескерілмейді. Еркін түсу үдеуі  $g$ .



Шешуі: Дене қозғалысы вертикаль жазықтықта өтеді. Оны екі құраушыға бөліп тастауға болады:  $Ox$  өсі бойымен қозғалыс құраушысы және  $Oy$  өсі бойымен құраушысы. Денеге  $Ox$  өсі бойында күштер әсер етпейді, сондықтан ол бірқалыпты қозғалады:

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha = \text{const}, \quad s = v_{0x} \cdot t = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t, \quad t = t_1 + t_2,$$

Мұндағы  $t$  – қозғалысқа кеткен уақыт ұзақтығы;  $t_1$  – көтерілу уақыты;  $t_2$  – түсу уақыты, мұнда  $t_1 = t_2$ .

**Жылдамдықтың горизонталь құраушысы тұрақты**  
 $v_x = v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha = \text{const}.$

Денеге  $Oy$  өсі бойында  $\vec{F} = m\vec{g}$  тең ауырлық күші әсер етеді. Сонда бұл қозғалыс құраушысы  $B$  нүктесіне дейін бірқалыпты кемімелі,  $B$  нүктесінен кейін бірқалыпты үдемелі болады.

**Дененің үдеуі траекторияның кез келген нүктесінде  $g$  тең және вертикаль төмен бағытталған.**

$AB$  траекториясының учаскесінде:

$$v_y = v_{0y} - gt; \quad v_{0y} = v_0 \sin \alpha; \quad h = v_{0y} t - \frac{gt^2}{2}.$$

Көтерілудің ең биік нүктесіндегі жылдамдық  $Ox$  өсіне параллель, сондықтан  $v_y = 0$  және  $v = v_{0x}$ . Осыдан

$$v_y = v_{0y} - gt_1 = 0, \quad t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Қозғалысқа кеткен уақыт ұзақтығы

$$t=t_1+t_2=2t_1=\frac{2v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Ең биік көтерілу биіктігі

$$h = v_{0y}t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = v_0 \sin \alpha \frac{v_0 \sin \alpha}{g} - \frac{g}{2} \left( \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right)^2 = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

Ұшу алыстығы

$$s = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

$Ox$  өсі бойымен дене координатасы:  $x = v_0 \cos \alpha \cdot 2t_1$ , осыдан

$$t_1 = \frac{x}{2v_0 \cos \alpha}.$$

$Oy$  өсі бойынша координатасы:

$$y = h = v_{0y}t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = \frac{v_0 \sin \alpha}{2v_0 \cos \alpha} x - \frac{g}{8v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2,$$

**ендеше траекторияның қарапайым теңдеуі:  $y = Ax - Bx^2$  – бұл парабола, оның тармақтары төмен қарай бағытталған.**

Ұшу алыстығы максимал болған кездегі бұрышты анықтауға болады. Ол үшін экстримум функцияны анықтаймыз  $s = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$ . Ұшу алыстығы  $s$  –тің  $\alpha$

бұрышы бойынша туындысын аламыз:

$$s'(\alpha) = \frac{v_0^2}{g} \cdot 2 \cdot \cos 2\alpha = 0 \rightarrow \cos 2\alpha = 0 \rightarrow 2\alpha = 90^\circ \quad \alpha = 45^\circ$$

**Ұшу алыстығы лақтыру бұрышы  $\alpha = 45^\circ$  тең болғанда ғана максимал бола алады.**

Ең биік көтерілу биіктігі ұшу алыстығында тең болуы үшін лақтыру бұрышы неге тең болатынын анықтайық, яғни  $h = s$ .

$$\frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 4 \rightarrow \alpha = 76^\circ.$$

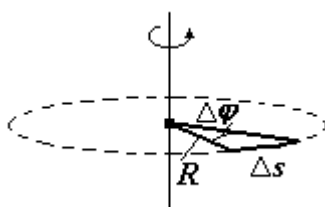
**$\alpha = 76^\circ$  бұрышта ұшу алыстығы ең биік көтерілу биіктігіне тең бола алады.**

## 1.8 Бұрыштық жылдамдық және бұрыштық үдеу

Материялық нүктенің шеңбер бойымен қозғалысы кезінде сызықтық жылдамдық және үдеумен қатар, **бұрыштық жылдамдық және бұрыштық үдеу** ұғымдары енгізіледі.

Нүкте радиусы  $R$  тең шеңбер бойымен қозғалады делік. Оның орналасуын біраз уақыт өткен соң  $\Delta\varphi$  бұрышымен белгілейміз. **Бұрыштық жылдамдық** деп дененің бұрылу бұрышының уақыт бойынша бірінші туындысына тең шама аталады.

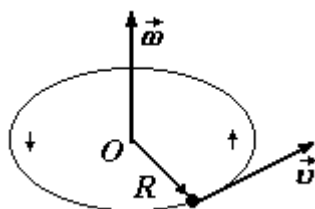
$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$



Бұрыштық жылдамдық векторының бағыты **бұрғы ережесімен** анықталады:

**бұрыштық жылдамдық векторының бағыты винт ұшының ілгерлемелі қозғалысының бағытына сәйкес келеді, егер винт басы нүктенің шеңбер бойымен қозғалысының бағыты бойынша айналатын болса.**

Бұрыштық жылдамдық өлшемі  $[\omega] = \text{T}^{-1}$ , ал оның өлшем бірлігі – радиан секунд (рад/с).



Нүктенің сызықтық жылдамдығы

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R \Delta \varphi}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = R \omega, \text{ т.е. } v = \omega R.$$



## 1.9 Шеңбер бойымен бірқалыпты қозғалыс

Егер  $\omega = \text{const}$  болса, онда айналу бірқалыпты және оны мына шамамен сипаттауға болады

$T$  –айналу периоды деп нүктенің шеңбер бойымен толық бір айналым жасауға кеткен уақыт аралығын айтады, яғни ол  $2\pi$  бұрышына бұрылады.

Уақыт аралығы  $\Delta t = T$  болғандықтан оған  $\Delta\varphi = 2\pi$  сәйкес келеді, яғни  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ,

бұдан 
$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Бірлік уақыт ішінде, дененің шеңбер бойымен бірқалыпты қозғалысы кезінде жасаған толық айналым саны **айналу жиілігі** деп аталады:

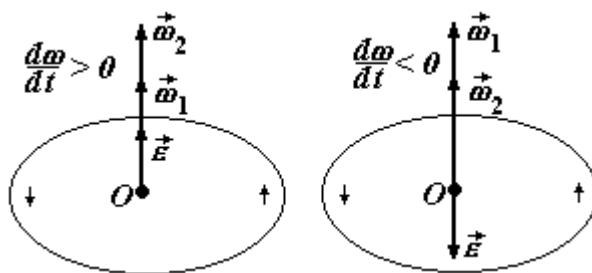
$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}, \text{ отсюда } \omega = 2\pi n$$

**Бұрыштық үдеу** деп бұрыштық жылдамдықтың уақыт бойынша бірінші туындысына тең шама аталады:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

Бұл өрнектен бұрыштық үдеу бағыты айналу өсі бойынша бұрыштық жылдамдықтың арту бағытына қарай бағытталғанын байқаймыз.

Егер қозғалыс үдемелі болса, онда  $\vec{\varepsilon}$  векторы  $\vec{\omega}$  векторына параллель, ал кемімелі болса – антипараллель.



Үдеудің тангенциал құраушысы  $a_\tau = \frac{dv}{dt}$ ,  $v = \omega R$  және

$$a_\tau = \frac{d(\omega R)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon.$$

Үдеудің нормаль құраушысы

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R.$$

Сызықтық (радиусы  $R$  шеңбер бойымен жүрілген  $s$  жолдың ұзындығы,  $v$  сызықтық жылдамдық,  $a_\tau$  тангенциал үдеу,  $a_n$  нормаль үдеу) және бұрыштық ( $\varphi$  бұрылу бұрышы,  $\omega$  бұрыштық жылдамдық,  $\varepsilon$  бұрыштық үдеу) өлшемдер арасындағы байланыс келесі өрнектермен сипатталады:

$$s = R\varphi; \quad v = R\omega; \quad a_\tau = R\varepsilon; \quad a_n = \omega^2 R.$$

Шеңбер бойымен бірқалыпты айнымалы қозғалған жағдайда ( $\varepsilon = \text{const}$ )

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t; \quad \varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

мұндағы  $\omega_0$  – бастапқы бұрыштық жылдамдық.

## 2 лекция

### 2 ДИНАМИКА

#### 2.1 Ньютонның бірінші заңы. Дене салмағы. Инерттілік. Зат тығыздығы.

**Дене салмағы** – физикалық шама, материяның инерттілік (**инертті масса**) және гравитациялық (**гравитациялық масса**) қасиеттерін анықтайтын негізгі сипаттамаларының бірі болып табылады. Инертті және гравитациялық массалар бір-біріне пропорционал екендігі нақты тәжірибие негізінде дәлелденген. Пропорционалдық коэффициенті бірге тең болатындай өлшем бірлік таңдай отырып, инерттілік және гравитациялық массалары бір-біріне тең болатындығын көреміз. Сондықтан ары қарай тек дене массасы жайында ғана айтамыз.

**Масса дене инерттілігінің өлшемі болып табылады, дене массасы артқан сайын оның инерттілігі де артады.**

Заттың орташа тығыздығы – бұл заттың бірлік көлеміндегі массасы ретінде анықталатын шама (немесе массаның көлемге қатынасы)

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Өлшем бірлігі:  $[\rho] = 1 \text{ кг/м}^3$ .

Кинематика дене қозғалысын, оның туу себептерін қарастырмай оқытатын бөлім. Динамика дене қозғалысы заңдарын және оның пайда болуы мен өзгеру себептерін қарастырады. Динамика механиканың негізгі бөлімі болып табылады, және оның негізіне Ньютонның заңдары жатады.

**Ньютонның бірінші заңы: кез келген дене оған басқа денелер әсер етіп оны осы күйден шығарғанша өзінің алғашқы салыстырмалы тыныштығын немесе түзу сызықты және бірқалыпты қозғалысын сақтап қалады.**

Дененің оған басқа денелерден әсері жоқ кезінде тыныштық қалпын немесе бір қалыпты түзу сызықты қозғалысын сақтау қасиеті **инерция** деп аталады. Сондықтан Ньютонның бірінші заңы **инерция заңы** деп те аталады.

Механикалық қозғалыс салыстырмалы, оның сипаттамасы санақ жүйесіне тәуелді. Ньютонның бірінші заңы барлық санақ жүйелерінде орындалмайды, ал ол орындалатын жүйелер инерциалық санақ жүйелері деп аталады. Инерциялық санақ жүйесі ретінде басқа инерциялық жүйеге қатысты тыныштықта, немесе бірқалыпты және түзу сызықты қозғалатын жүйе саналады.

Өте жоғары дәрежелі дәлдікпен гелиоцентрлік (жұлдызды) санақ жүйесін инерциялық деп санауға болады (координаталар басы Күн центрінде орналасады, ал өстер белгіленген жұлдыздар бағытында жүргізілген). Жермен байланысты санақ жүйесі инерциялы емес, бірақ инерциялы еместігімен байланысты эффектілер салыстырмалы аз (Жер өз өсінен айнала және Күнді айнала қозғалады), сондықтан көптеген есептеулерді шешу кезінде оны инерциялы деп санауға болады.

## 2.2 Ньютонның екінші заңы. Күш және үдеу.

Әртүрлі денелерге бірдей күшпен әсер еткенде, олардың қозғалыс жылдамдықтары бірдей өзгермейтіндіктері тәжірбие жүзінде анықталған. Яғни, басқаша айтқанда, әртүрлі үдеу қабылдайды. Үдеу әсер шамасынан ғана емес, сол деннің қасиеттеріне де (оның массасына) тәуелді.

**Күш деп бір дененің екінші денеге механикалық әсерін сипаттайтын және осы әсердің өлшемі болатын векторлық физикалық шаманы айтады.**

Ньютонның екінші заңы – динамиканың ілгерлемелі қозғалысының негізгі заңы – ол күш әсер еткен кездегі материялық нүктенің (дененің) механикалық қозғалысының өзгеруін қарастырады.

$$\vec{a} = k \frac{\vec{F}}{m}$$

Бұл қатынас Ньютонның екінші заңын сипаттайды:

**материялық нүкте (дене) үдеуі осы денеге әсер еткен күшпен бағыттас және бұл күштің материялық нүкте массасына қатынасына тең.**

Ньютонның екінші заңы тек инерциалы санақ жүйесінде орындалады. Ньютонның бірінші заңы оның екінші заңының дербес бір жағдайы болып саналады. Тең әсерлі күштер нөлге тең болғанда үдеу де нөлге тең болады (денеге басқа күштер әсер етпегенде). Халықаралық бірліктер жүйесінде пропорционалдық коэффициенті  $k = 1$ . Бұдан

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Дене массасын (материялық нүкте) классикалық механикада тұрақты шама екендігін ескере отырып оны туынды белгісінің астына енгізуге болады:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{m\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \text{или} \quad \vec{F}\Delta t = m\Delta \vec{v}$$

Сан жағынан материялық нүкте массасының оның жылдамдығына көбейтіндісіне тең және осы жылдамдықпен бағыттас  $\vec{p} = m\vec{v}$  векторлық шама материялық нүктенің қозғалыс мөлшері (импульс) деп аталады.

Мәндерді орындарына қоя отырып мынандай өрнекті аламыз:

$$\vec{F}\Delta t = \Delta \vec{p},$$

мұндағы  $\vec{I} = \vec{F}\Delta t$  – күш импульсі.

денеге әсер етуші күш импульсі дене импульсінің өзгерісіне тең.

Күштің өлшем бірлігі ретінде масса бірлігіне бірге тең үдеу беретін күш алынған. Күштің өлшем бірлігі – ньютон (Н): күш бірлігі ретінде массасы 1 кг денеге  $1 \text{ м/с}^2$  үдеу беретін күш алынады:

$$1 \text{ Н} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м/с}^2.$$

Механикада күш әсерінің тәуелсіз принципі үлкен орын алады:

егер материялық нүктеге бір мезгілде бірнеше күш әсер етсе, онда материялық нүктеге әсер етуші күштердің әрқайсысы (басқа күштер болмағандай) Ньютонның екінші заңына сәйкес келетін үдеу береді. Бұл принципке байланысты күш пен үдеуді құраушылар деп қарастыруға болады.

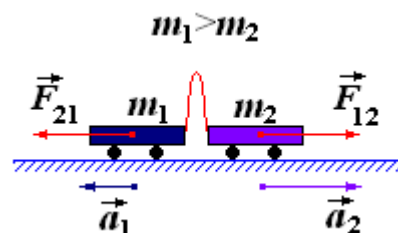
### 2.3 Ньютонның үшінші заңы.

Материялық нүктелердің (денелердің) әсерлесу сипаты Ньютонның үшінші заңымен анықталады:

Өзара әсерлесуші денелердің бір-біріне әсер ететін күштері бір түзудің бойымен бағытталады да, модульдері жағынан тең, ал бағыттары қарама-қарсы болады:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21},$$

мұндағы  $\vec{F}_{12}$  – екінші материялық нүкте тарапынан бірінші денеге әсер етуші күш;  $\vec{F}_{21}$  – бірінші материялық нүкте тарапынан екінші денеге әсер етуші күш. Бұл заң табиғатта бір дененің екінші денеге тигізетін біржақты әсері болмайды, болуы да мүмкін емес, тек қана өзара әсерлесу ғана бар деген қағиданы білдіреді. Әсер және қарсы әсер күштері бір мезгілде қосарлана пайда болады.



## 2.4 Бүкіләлемдік тартылыс заңы.

### Кеплер заңдары.

И. Кеплер дат астрономы Т.Брагенің көптеген тұжырымдарын сараптай және нақтылай келе планеталардың қозғалыс заңын ұсынды:

1. Әр планета эллипс бойымен қозғалады, олардың фокустарының бірі Күнде орналасады.

2. Планетаның радиус-векторы бірдей уақыт аралығында бірдей ауданды айналады.

3. Күн айналасындағы планеталардың айналу периодының квадраты олардың орбиталарының үлкен жарты өстерінің кубтары ретінде қарастырылады.

И. Ньютон Кеплер заңдары негізіндегі аспан денелерінің қозғалысын меңгере отырып, бүкіләлемдік тартылыс заңын ашты:

**Барлық денелердің бір-бірімен тартылатын күші модулі жағынан олардың массаларының көбейтіндісіне тура пропорционал, ал ара қашықтығының квадратына кері пропорционал болады:**

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

Бұл күш гравитациялық немесе бүкіләлемдік тартылыс күші деп аталады.  $G=6,6720 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$  - пропорционалдық коэффициенті **гравитациялық тұрақтысы** деп аталады.

## 2.5 Дененің ауырлық күшінің әсерінен қозғалуы. Ғарыштық жылдамдықтар.

**Бірінші ғарыштық жылдамдық дегеніміз горизонталь лақтырылған дененің Жерді, оның бетіне жақынырақ қашықтықта шеңбер бойымен айнала қозғалатын  $v_1$  жылдамдық.**

$v_1$  жылдамдық - атмосфералық кедергі жоқ кезіндегі және тек тартылыс күші әсерінен Жерді дөңгелек орбита бойымен айнала қозғалатын Жердің жасанды серігінің жылдамдығына тең.

Егер  $m$  - дене массасы,  $r$  - орбитаның радиусы болса, онда Ньютонның екінші заңы бойынша,

$$\frac{mv_1^2}{r} = G \frac{Mm}{r^2}, \quad \text{бұдан } v_1 = \sqrt{G \frac{M}{r}},$$

немесе

$$\frac{mv_1^2}{r} = mg \quad \rightarrow \quad v_1 = \sqrt{gr}$$

мұндағы  $M$  – Жер массасы

**Бірінші ғарыштық жылдамдық, мынаған тең:  $v_1=7,9$  км/с.**

**Екінші ғарыштық жылдамдық деп, ол көмекші күштердің әсерінсіз Жердің тартылыс күшін жеңіп Күннің жасанды серігіне айналу үшін денеге берілетін ең аз  $v_2$  жылдамдықты айтады**

Бұл жылдамдықты параболалық жылдамдық дейді, өйткені ол атмосфера кедергісі әсер етпеген кездегі дененің Жерге тартылу өрісіндегі параболалық траекториясына сәйкес келеді. Механикалық энергияның сақталу заңы бойынша  $v_2$  жылдамдықты табайық:

$$W_K + W_{II} = W = const .$$

Жер бетінен үлкен қашықтықта потенциалдық және кинетикалық энергиялар нөлге тең, сондықтан

$$\frac{mv_2^2}{2} - G \frac{mM}{r} = 0 ,$$

мұндағы  $r$  – Жер центрінен спутниктің ұшырылған орынына дейінгі арақашықтық. Бұдан, мынаны аламыз:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{2} v_1 = \sqrt{2gr} .$$

**Жер бетінен ұшырғандағы екінші ғарыштық жылдамдық  $v_2=11,2$  тең км/с.**

## **2.6 Серпімділік күші. Қатты дененің деформациялану түрлері. Серпімділік модулі. Гук заңы. Үйкеліс күші.**

Табиғатта абсолют қатты дене болмайды, барлық нақты денелер күштің әсерінен деформацияланады, яғни өзінің пішінін және өлшемін өзгертеді.

Қатты дененің деформация түрлері: сығылу деформациясы (созылу), бұралу деформациясы, иілу деформациясы.

**Егер сыртқы күштердің әсері тоқтағаннан кейін дене өзінің бұрынғы күйіне қайтып келсе, деформация серпімді -деформациялану деп аталады.**

**Сыртқы күштердің әсері тоқтағаннан кейін дене өзінің бұрынғы қалпына қайта келмесе, онда ондай деформацияны пластикалық деформация деп атайды.**

Деформацияланатын дененің көлденең қимасының бірлік ауданына әсер ететін күш кернеу деп аталады:

$$\sigma = \frac{F}{S} .$$

Егер күш бетке нормаль бойымен бағытталса, кернеу нормаль кернеу деп аталады, ал егер бетке жанама бойымен бағытталса – тангенциалдық деп аталады.

Деформациялану дәрежесінің сандық сипаттамасы **салыстырмалы деформация, яғни стержін ұзындығының салыстырмалы өзгеруі** болып табылады (көлденең деформация)

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l},$$

салыстырмалы көлденең созылу (сығылу)

$$\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d},$$

мұндағы  $d$  – стержіннің диаметрі.

Ағылшын физигі Р.Гук, кішігірім деформациялану үшін салыстырмалы ұзындығы  $\varepsilon$  мен кернеуі  $\sigma$  бір-біріне пропорционал екенін тәжірибие жүзінде дәлелдеді:

$$\sigma = E\varepsilon,$$

мұндағы  $E$  пропорционалдық коэффициенті, Юнг модулі деп аталады.  $\varepsilon$  мен  $\sigma$  анықтамасынан:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{ES},$$

немесе

$$F = \frac{ES}{l} \Delta l = k\Delta l \quad \text{немесе} \quad F = -k\Delta x,$$

мұндағы  $k$  – серпімділік коэффициенті, «—» таңбасы серпімділік күшінің деформациялануға қарама-қарсы бағытталғанын көрсетеді.

$$[k]=1 \text{ Н/м}, \quad [E]=1 \text{ Н/м}^2.$$

**Үйкеліс күші.** Механикалық процестер кезінде әр түрлі күштер әсер етеді. Мысалы: үйкеліс күші, ауырлық күші, серпімділік күші. Осының ішінен үйкеліс күшін қарастырайық.

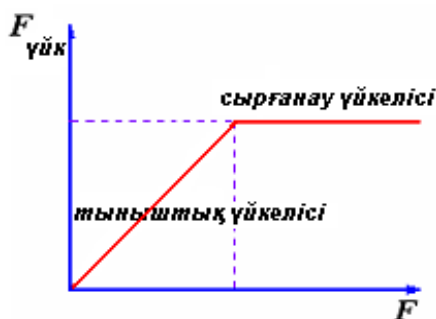
Қандай да бір дене, басқа бір дененің горизонталь жазықтық бетімен қозғалатын болса және осы денеге басқа күштер әсер етпесе, онда ол дененің қозғалысы баяулайтыны немесе мүлде тоқтайтыны тәжірибеден белгілі. Механикалық көзқарас бойынша оны былай түсіндіруге болады: денеге қандай да бір күш әсер етеді және осы күш оның қозғалысын тежейді.

**Бұл күш үйкеліс күші. Үйкеліс күші дегеніміз – денелер тікелей жанасқанда пайда болатын және әрдайым жанасу бетінің бойымен бағытталатын күшті айтамыз.**

Үйкелістің екі түрі бар: сыртқы үйкеліс (**құрғақ**) және ішкі үйкеліс (**сұйық немесе тұтқыр**). Екі дененің өзара әсерлесу күшін **сыртқы үйкеліс күші** деп атайды. Сыртқы үйкеліс денелер қозғалғанда ғана емес, денелер салыстырмалы тыныштықта тұрғанда да болады. Мұндай күшті **тыныштық үйкеліс күші** деп атайды. Ал егер дене бір – біріне қатысты қозғалатын болса, онда олардың бір – біріне қатысты қозғалысының мазмұнына байланысты сырғанау, домалау үйкеліс күштері деп бөледі.

### Тыныштық үйкеліс күші.

Тыныштық үйкеліс күші жанасатын беттерге бағытталған тепе – теңдік күшінің проекциясымен анықталады. Ол осы күшке қатысты пропорционалды түрде, қозғалыс басталғанға дейін өседі. Үйкеліс күшінің тепе – теңдік күшінің проекциясына тәуелділік графигі мынындай түрде бейнеленеді.



**Ішкі үйкеліс күші** деп бір дененің өз бөліктері арасындағы үйкелісін айтамыз. Мысалы сұйықтар мен газдардың әртүрлі қабаттарының арасындағы үйкеліс.

Сыртқы үйкеліспен салыстырғанда мұнда тыныштық үйкелісі жоқ болады. Егер денелер бір –біріне қатысты сырғанаса және де тұтқыр сұйық қабатымен бөлінген болса, онда үйкеліс сұйық қабатында болады. Мұндай жағдайда **гидродинамикалық үйкеліс** (сұйық қабаттың қалыңдығы айтарлықтай қалың) және **шекаралық үйкеліс (граничный)** (сұйық қабаттың қалыңдығы  $\sim 0,1$  мкм тең немесе одан кіші) жайында айтылады

Сыртқы үйкелістің бірнеше заңдылықтарын қарастырайық. Бұл үйкеліс беттесуші жазықтықтардың бұдырлығымен түсіндіріледі, ал жылтыр жазықтықтар жағдайында үйкеліс молекулалар арасындағы тартылыс күшімен түсіндіріледі.

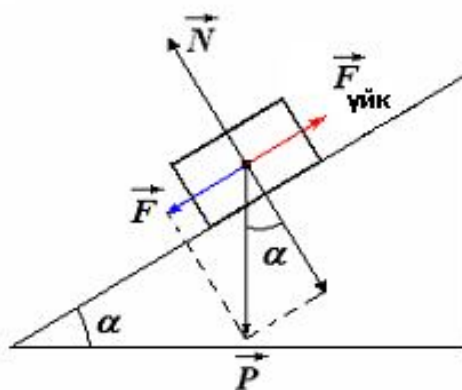
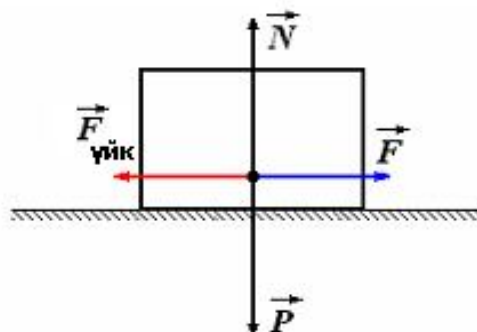
Жазықтық бетінде жатқан және оған горизонталь бағытта  $\vec{F}$  күші түсірілген денені қарастырайық. Дене түсірілген  $\vec{F}$  күші  $\vec{F}_{үйк}$  үйкеліс күшінен артық болғанда ғана қозғалысқа келеді.

Француз физиктері Г. Амонтон және Ш. Кулон тәжірибелік жолмен келесі заңды тағайындады: Сырғанаудың  $F_{үйк}$  үйкеліс күші қысымның  $N$  нормаль күшіне тура пропорционал:

$$F_{үйк} = f N,$$



мұнда  $f$  – сырғанаудың үйкеліс коэффициенті, ол беттесетін жазықтықтардың қасиетіне тәуелді.



Үйкеліс коэффициентінің мағанасын қарастырайық. Егер дене көлбеулік бұрышы  $\alpha$  тең көлбеу жазықтықта орналасса, онда ол дене  $\vec{F}$  ауырлық күшінің  $\vec{P}$  тангенциал құраушысы  $\vec{F}_{үйк}$  үйкеліс күшінен артқан кезде ғана қозғалысқа келеді.

Осыдан (дене сырғанауының басы)

$$F = F_{үйк}, \text{ немесе } P \sin \alpha_0 = fN = fP \cos \alpha_0, \text{ бұдан } f = \operatorname{tg} \alpha_0.$$

**Осыдан үйкеліс коэффициенті - дененің көлбеу жазықтық бойымен сырғанауы басталған кездегі  $\alpha_0$  бұрышының тангенсіне тең.**

Жылтыр жазықтықтар жағдайында молекулалар арасындағы тартылыс күші үлкен роль атқарып тұр. Сондықтан Б. В. Дерягин сырғанаудың үйкеліс заңын ұсынды:

$$F_{үйк} = f_{шын}(N + Sp_0),$$

мұндағы  $p_0$  – қосымша қысым, ол қысым бөлшектердің арақашықтығы алыстаған сайын тез азаятын молекулалар арасындағы тартылысқа байланысты,  $S$  – денелер арасындағы байланыс ауданы,  $f_{шын}$  – сырғанаудың шын үйкеліс коэффициенті.

Үйкеліс күшін азайту тәсілі, ол сырғанау үйкелісін домалау үйкелісімен алмастыру арқылы жүзеге асады. (шарикті немесе роликті дөңгелектер және

т.б.). Домалау үйкелісінің коэффициенті сырғанау үйкелісінің коэффициентінен он есеге дейін аз. Домалаудың үйкеліс күші Кулон заңымен анықталады:

$$F_{\text{үйк}} = f_{\kappa} \frac{N}{r}$$

мұндағы  $r$  – домалап бара жатқан дененің радиусы,  $f_{\kappa}$  – домалау үйкеліс коэффициенті. Мына формуладан домалаудың үйкеліс күші домалап бара жатқан дененің радиусына кері пропорционал екенін көреміз.

### 3 лекция

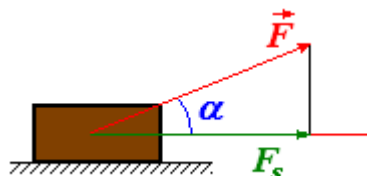
#### 3 ЖҰМЫС. ҚУАТ. ЭНЕРГИЯ

##### 3.1 Тұрақты күштің жұмысы.

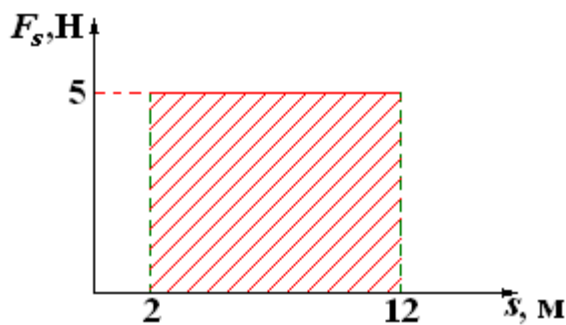
Өзара әсерлесу нәтижесінде денелердің энергиясы өзгеріске түсуі мүмкін. Өзара әсерлесуші денелер энергиясы өзгерісін сипаттау үшін, арнайы физикалық шама- күш жұмысы енгізілген. Егер күш тұрақты болса  $\vec{F} = \text{const}$ , онда жұмыс мына формула арқылы өрнектеледі

$$A = \vec{F}d\vec{s} = Fds \cos \alpha = F_s ds$$

мұндағы  $\alpha$  – күш бағыты мен орын ауыстыру арасындағы бұрыш;  $F_s$  – орын ауыстыру бағытындағы күш проекциясы



Егер  $F_s = F_s(s)$  – тің графиктік тәуелділігі берілсе, онда тұрақты күштің жұмысы штрихталған фигура ауданына тең болады (тік төртбұрыш).

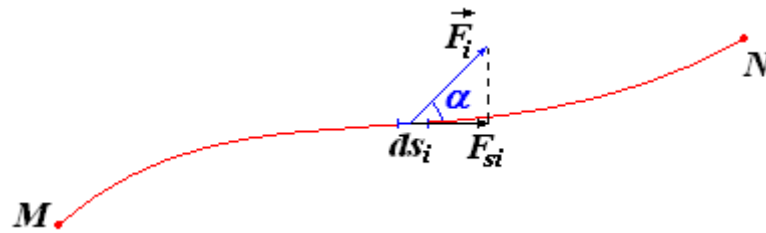


Берілген сурет бойынша жұмыс мынаған тең:

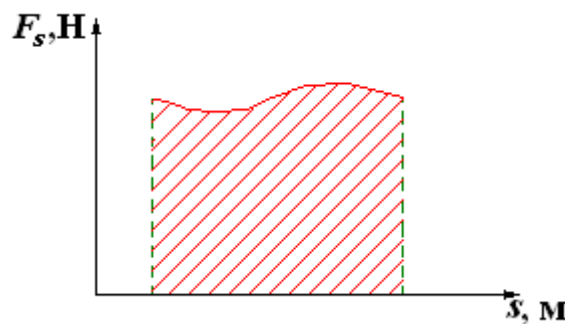
$$A = F_s \Delta s = F_s (s_2 - s_1) = 5(12 - 2) = 50 \text{ Дж.}$$

Берілген заңдылық  $F_s = F_s(s)$  тәуелділігінің кез-келген сипаттамасында да орындала береді. Егер күш айнымалы болса, онда жол әрбір элементар участоктың ішінде  $\vec{F}_i = \text{const}$  болатындай етіп элементар учасқтарға бөлінеді. Онда барлық жолдағы жұмыстың қосындысы

$$A = \int_M^N F_{si} ds_i.$$



Егер  $F_s = F_s(s)$  тәуелділігі график түрінде берілсе, онда толық жұмыс қисықсызықтық фигураның ауданымен анықталады.



### 3.2 Қуат

Жұмыстың жылдамдығын сипаттау үшін қуат түсінігін енгіземіз.

**$N$  қуат физикалық шама, ол  $\Delta A$  жұмысының осы жұмысты істеуге кеткен  $\Delta t$  уақытқа қатынасына тең.**

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

Егер дене  $\vec{F}$  күшінің әсерінен тұрақты  $\vec{v}$  жылдамдықпен қозғалатын болса, онда қуат мына формуламен өрнектеледі

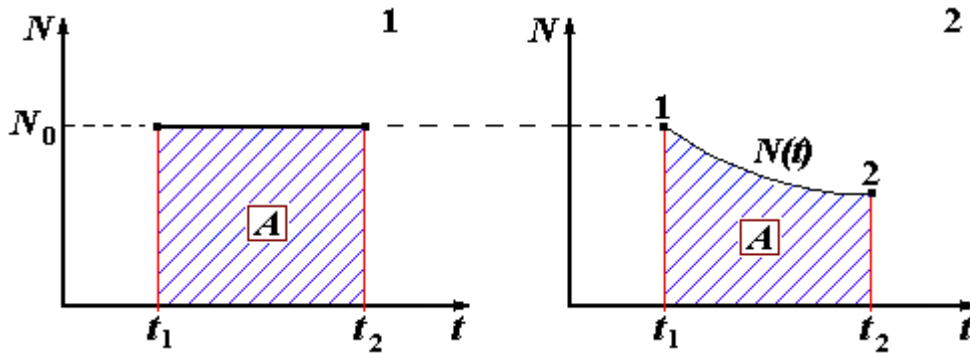
$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{F_s \Delta S}{\Delta t} = F_s v,$$

демек қуат күш проекциясы мен дене жылдамдығының көбейтіндісіне тең.

Егер қуат тұрақты болса, онда белгілі бір уақыт аралығындағы істелінген жұмыс былай анықталады

$$A = N_0 \Delta t,$$

демек жұмыс  $N=N_0$ ;  $t=t_1$ ;  $t=t_2$  түзулерімен шектелген тік төртбұрыштың ауданына тең. Егер айнымалы қуат үшін  $N=N(t)$  тәуелділік графигі берілген болса, онда жұмыс  $N=N(t)$  қисығымен шектелген фигураның ауданына тең болады



Суретте көрініп тұрғандай,  $\Delta t=t_2-t_1$  уақыт аралығы екі суретте де бірдей болса да 1-суреттегі фигураның ауданы 2-суреттегі фигураның ауданына қарағанда үлкен. Сондықтан бірінші жағдайдағы жұмыс артық.

Айнымалы қуат жағдайын (бірдей  $\Delta t$  уақыт аралығында бірдей емес жұмыс орындалады) қорытындылай келе лездік қуат түсінігі енгізіледі:

$$N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt}$$

Егер лездік қуат тұрақты болмаса, онда

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{F_s \Delta S}{\Delta t} = F_s v$$

формуласы  $\langle N \rangle$  орташа қуатты анықтайды.

Қуттың өлшем бірлігі – ватт (Вт): 1 Вт – 1 с уақыт аралығында 1 Дж-ға тең жұмыс істеу кезіндегі қуат (1 Вт = 1 Дж/с).

### 3.3 Кинетикалық энергия. Жылдамдықтың өзгеруі кезіндегі жұмыс

**Дененің кинетикалық энергиясы оның механикалық қозғалысының өлшемі болып табылады және осы денені қозғалысқа келтіру үшін істелінген жұмыспен анықталады.**

Егер  $\vec{F}$  күші тыныштықта тұрған денеге әсер ететін болса және оны  $\vec{v}$  жылдамдықпен қозғалтатын болса, онда ол жұмыс істейді, ал қозғалыстағы дененің энергиясы жұмсалған жұмыстың шамасына дейін өседі. Осыдан дененің, жылдамдығын 0 ден  $\vec{v}$  дейін арттыруға кеткен уақыт аралығында

жүріп өткен жолындағы  $\vec{F}$  күшінің жұмысы дененің кинетикалық энергиясын арттыруға жұмсалады

$$dA = dE_k.$$

Ньютонның екінші заңының  $F = m \frac{dv}{dt}$  скалярлық өрнегін пайдалана отырып және екі теңдікті де  $ds$  орын ауыстыруына көбейте отырып мынаны

аламыз

$$m \frac{dv}{dt} ds = F ds = dA$$

$$v = \frac{ds}{dt} \text{ болғандықтан}$$

$$dA = m v dv = dE_k.$$

және

$$E_k = \int_0^v m v dv = \frac{mv^2}{2}.$$

Бұдан,  $v$  жылдамдықпен қозғалатын, массасы  $m$  дененің кинетикалық энергиясы

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Формуладан көрініп тұрғандай, кинетикалық энергия дененің массасы мен жылдамдығына тәуелді, демек жүйенің кинетикалық энергиясы оның қозғалыс күйінің функциясы.

Формуланы қорыту кезінде қозғалыс инерциялық санақ жүйесінде қарастырылады деген болжам болған, олай болмағанда, Ньютонның заңын қолдану қажет емес болар еді. Бір біріне қатысты қозғалатын әр түрлі инерциялық санақ жүйелеріндегі дененің жылдамдығы және кинетикалық энергиясы әр түрлі болады. Бұдан, кинетикалық энергия таңдап алынған санақ жүйесіне тәуелді болады.

### 3.4 Потенциалдық энергия. Ауырлық күшінің жұмысы

**Потенциалдық энергия (латынның *potentia* – мүмкіндік деген сөзі)– денелер мен бөлшектердің өзара орналасуына байланысты олардың өзара әсерлесу энергиясы. Жүйенің жалпы механикалық энергиясының бір бөлігі.**

Потенциалдық энергияның дәл формуласы денелер арасындағы әсерлесу күштерінің сипаттамасы арқылы анықталады. Мысалы гравитациялық, электростатикалық, серпімді деформациялық және т.б. әсерлесулер болуы мүмкін.

Денелердің әсерлесуі күш өрістеріне байланысты делік (мысалы, серпімді күштер өрістері, гравитациялық күштер өрістері), демек дененің бір жерден басқа жерге орын ауыстыру кезіндегі әсер етуші күштердің істеген жұмысы, осы дене орын ауыстыру кезінде қандай траектория бойымен қозғалғанына тәуелді емес, оның бастапқы орны мен соңғы орнына байланысты.

**Бұндай өрістер потенциалды деп аталады, ал ондағы әсер етуші күштер – консервативті күштер деп аталады.**

Егер күш жасаған жұмыс дененің бір нүктеден екінші нүктеге орын ауыстыру траекториясына тәуелді болса,

**онда мұндай күштер диссипативтік күштер деп аталады. (мысалы: үйкеліс күші).**

Егер дене күштердің потенциалдық өрісінде орналасса, онда ол дербес тұрақты шамаға дейінгі дәлдікпен анықталатын  $E_{II}$  потенциалдық энергияға ие бола алады. Бұл жерде дененің екі түрлі жағдайдағы: потенциалдық энергияларының айырмасы немесе координаталары бойынша  $E_{II}$  туындысы қарастырылғандықтан ол физика заңдылықтарына бағынбайды. Сондықтан дененің қандайда бір анықталған күйіндегі потенциалдық энергиясы нөлге тең деп саналады, ал дененің басқа күйлердегі энергиясы нөлдік деңгейге қатысты салыстыру арқылы анықталады.

Дененің потенциалдық энергиясы, ол денеге әсер етуші әсерлесудің консервативті күштеріне ие сыртқы күштердің, дененің потенциалдық энергиясы нөлге тең соңғы күйінен берілген күйге орын ауыстыру кезінде істеген жұмысы арқылы анықталады. Денеге түсірілген консервативті күштердің жұмысы осы дененің потенциалдық энергиясының теріс таңбалы өзгерісіне тең, демек,

$$dA = -dE_{II},$$

жұмыс потенциалдық энергияның азаю үлесінен жүреді.

$dA$  жұмыс  $\vec{F}$  күші мен  $d\vec{r}$  орын ауыстырудың скаляр көбейтіндісіне тең болғандықтан, теңдікті былайша жазуға болады

$$\vec{F}d\vec{r} = -dE_{II}.$$

$E_{II}$  функциясының нақты түрі күш өрісінің сипатына тәуелді. Мысалы, Жер бетінен  $h$  биіктікке көтерілген массасы  $m$  дененің потенциалдық энергиясы

мынаған тең

$$E_{II} = -\int_h^0 mgdh = mgh$$

$$E_{II} = mgh,$$

мұндағы  $h$  – потенциалдық энергиясы  $E_{II0} = 0$  тең нөлдік деңгейден бастап өлшенетін биіктік. Дененің Жер бетіне  $h$  биіктіктен құлау кезіндегі

потенциалдық энергиясы ауырлық күшінің істеген жұмысына тең деген тұжырымнан  $E_{II}=mgh$  теңдігі шығады.

Бастапқы санақ басы дербес таңдап алынатындықтан потенциалдық энергия теріс таңбалы болуы мүмкін (кинетикалық энергия әрқашанда оң таңбалы). Егер Жер бетінде жатқан дененің потенциалдық энергиясын нөл деп есептесек, онда шахта түбінде орналасқан дененің потенциалдық энергиясы  $E_{II} = -mgh'$  ( $h'$  шахта тереңдігі).

**Дене төмен қозғалған кездегі ауырлық күшінің жұмысы оң таңбалы: күш пен қозғалыс жылдамдығының бағыттары сәйкес келеді.**

Егер, массасы  $m$  дененің биіктігін  $h_1$  ден  $h_2$  -ге дейін азайтсақ, онда ауырлық күшінің жұмысы мынаған тең ( $h_1 > h_2$ )

$$A_{12} = -\Delta E_{II} = -(mgh_2 - mgh_1) = mgh_1 - mgh_2 = mg\Delta h > 0.$$

Егер тура сол денені  $h_2$  биіктіктен  $h_1$  биіктікке дейін бірқалыпты көтеретін болсақ, онда істелінген жұмыс

$$A_{21} = -(mgh_1 - mgh_2) = -mg\Delta h < 0$$

Мұндағы толық жұмыс (дененің 1-2-1 тұйық жолымен орын ауыстыру кезінде) нөлге тең болады, демек

$$A = A_{12} + A_{21} = mg\Delta h - mg\Delta h = 0.$$

### **3.5 Серпімді–деформацияланған дененің потенциалдық энергиясы. Серпімді күштің жұмысы**

Серпімді-деформацияланған дененің потенциалдық энергиясын табайық (серіппенің). Серпімділік күші деформациялануға пропорционал:

$$F_{серп} = -kx.$$

мұндағы,  $k$ - **серпімділік коэффициенті** (серіппе жағдайында – **қатаңдық коэффициенті**), ал минус таңбасы серпімділік күшінің деформациялануға қарама-қарсы бағытталғанын көрсетеді.

Ньютонның үшінші заңы бойынша, серпімділік күшіне ие болу үшін оған күш түсірілуі қажет

$$F = -F_{серп} = kx$$

кішкене  $dx$  деформациялануы кезіндегі  $F$  күші істеген  $dA$  элементар жұмыс

$$dA = F \cdot dx = kx \cdot dx,$$

ал толық күш

$$A = \int_0^x kx dx = \frac{kx^2}{2} + C = E_{II} + C$$

серіппенің потенциалдық энергиясын көбейтуге жұмсалады.

Егер деформацияланбаған дененің потенциалдық энергиясы нөлге тең десек ( $x=0$  болғанда), онда  $C=0$ . Бұдан, серпімді-деформацияланған дененің потенциалдық энергиясы

$$E_{II} = \frac{kx^2}{2}.$$

Жүйенің потенциалдық энергиясы, кинетикалық энергия сияқты жүйе күйінің функциясы болып табылады. Ол оның сыртқы денелерге қатысты орны және жүйе конфигурациясына ғана тәуелді болады.

Серпімділік күшінің жұмысын энергетикалық көзқарас тарапынан да анықтауға болады. Энергияның сақталу заңы бойынша жұмыс серпімді-деформацияланудың потенциалдық энергиясының кему есебінен де орындалады.

#### 4 лекция

### 4 САҚТАЛУ ЗАҢДАРЫ

#### 4.1 Дененің импульсі. Реактивті қозғалыс

**Дененің импульсі (қозғалыс мөлшері)** деп – дене массасының жылдамдыққа көбейтіндісін айтады.

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Импульс векторлық шама, оның бағыты лездік жылдамдық бағытымен бағыттас. Өлшем бірлігі  $[p]=1 \text{ кг}\cdot\text{м}/\text{с}$ .

Классикалық механикада дене массасы жылдамдыққа тәуелсіз ( $v \ll c$ ).

Кейбір денелердің қозғалысы оның массасының өзгеруімен анықталады; мысалы, ракетаның массасы жанармайдың жануы кезінде пайда болған газдың бөлінуі есебінен азаяды т.б. Егер жүйе өз массасының біраз бөлігін қандайда бір анықталған бағытта өзінен бөліп шығаратын болса, онда ол қарама-қарсы бағыттағы қозғалыс мөлшеріне ие бола алады. Осыда ракета техникасының негізінде жатқан **реактивті қозғалыс принципінің** физикалық мәні жатыр.

Ракета қозғалысы мысалындағы массасы айнымалы дененің қозғалыс теңдеуін қорытып шығарайық. Егер  $t$  уақыт мезетіндегі ракетаның массасы  $m$ , ал жылдамдығы  $\vec{v}$  тең болса, онда  $dt$  уақыт өткенде оның массасы  $m - dm$ , ал жылдамдығы  $-\vec{v} + d\vec{v}$  тең болады. Қозғалыс мөлшерінің өзгерісі

$$d\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = (m - dm)(\vec{v} + d\vec{v}) + dm((\vec{v} + d\vec{v}) - \vec{u}) - m\vec{v}$$

немесе

$$d\vec{p} = m d\vec{v} - dm \cdot \vec{u},$$

мұндағы  $-\vec{u}$  ракетадан бөлінген газ жылдамдығы.

Егер, жүйеге сыртқы күштер әсер ететін болса,  $d\vec{p} = \vec{F} dt$  сондықтан



$$\vec{F}dt = m d\vec{v} - dm \cdot u,$$

немесе

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} + \vec{u} \frac{dm}{dt}$$

$\vec{u} \frac{dm}{dt}$  мүшесі қосымша күш, оны  $\vec{F}_p$  **реактивті күш** деп атайды.

Бұдан, массасы айнымалы дененің қозғалыс теңдеуін аламыз. Оны ең алғаш И.В. Мещерский қорытып шығарған.

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_p,$$

Реактивті күшті ұшу құралдарын жасауға пайдалану идеясын 1881 жылы Н.И. Кибальчич ұсынған болатын, ал космонавтика негізін қалаған К.Э. Циолковский. Ол 1903 жылы осы мақаланы жазған болатын. Мақалада ракета қозғалысының теориясы мен сұйық реактивті құрылғы теориясының негізі жайлы жазылған.

Ешқандай сыртқы күштер әсер етпейтін ракета қозғалысына алынған теңдеуді қолданайық.  $\vec{F} = 0$  деп алып және ракетадан бөлініп шыққан газдың жылдамдығы бағыты бойынша ракетаның жылдамдығына қарама-қарсы екенін ескеріп, мынаны аламыз

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{u} \frac{dm}{dt},$$

немесе скаляр түрі

$$m \frac{dv}{dt} = -u \frac{dm}{dt},$$

бұдан

$$v = -u \int \frac{dm}{m} = -u \ln m + C.$$

$C$  - тұрақты туындысын бастапқы шарттардан анықтаймыз. Егер бастапқы уақыт мезетінде ракета жылдамдығы нөлге, ал оның массасы  $m_0$  тең болса, онда  $C = u \ln m_0$ . Сондықтан

$$v = u \ln \frac{m_0}{m}.$$

Бұл формула **Циолковский формуласы** деп аталады. Ол мыналарды көрсетеді: 1) пайдалы жүктеме неғұрлым ауыр болса, ракетаның бастапқы  $m_0$  массасы соғұрлым көп болуы керек; 2) бөлініп шыққан газ жылдамдығы неғұрлым көп болса, ракетаның берілген массасындағы пайдалы жүктеме соғұрлым көп бола алады.

Бұл өрнектер релятивистік емес қозғалыстар үшін, яғни  $v$  және  $u$  жылдамдықтары  $c$  жарық жылдамдығымен салыстырғанда аз болатын жағдайлар үшін алынған.

## 4.2 Импульстің сақталу заңы

Тұтас дене деп қарастырылатын, материялық нүктелер мен денелердің қосындысы механикалық жүйе деп аталады. Механикалық жүйедегі материялық нүктелердің өзара әсерлесу күштері **ішкі күштер** деп аталады. Жүйенің материялық нүктелеріне сыртқы денелерің әсер ету күштері **сыртқы күштер** деп аталады. Сыртқы күштер әсер етпейтін денелердің механикалық жүйесі **тұйық жүйе** (немесе оқшауланған жүйе) деп аталады. Егер біз көп денелерден тұратын механикалық жүйеге ие болсақ, онда Ньютонның үшінші заңына сәйкес осы денелердің өзара әсерлесу күштері бір-біріне тең және бағыттары қарама-қарсы, яғни ішкі күштердің геометриялық қосындысы нөлге тең болады. Тұйық жүйе үшін импульстің (қозғалыс мөлшерінің) сақталу заңы:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n \quad \text{немесе} \quad \vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \text{const}$$

**Тұйық жүйедегі қозғалыс мөлшері (импульс) сақталады, яғни уақыт өтуіне байланысты өзгермейді.**

**Механикалық жүйедегі импульстер қосындысы жүйеге кіретін импульстердің геометриялық қосындысы арқылы анықталады.**

Бұл заңдылық тек классикалық механикада ғана шектелмеген. Ол табиғаттың іргелі заңдылықтарының бірі болып табылады.

Қозғалыс мөлшерінің сақталу заңы белгілі бір симметриялы кеңістік қасиеті - **біртектілік** қасиетімен байланысты. **Кеңістіктің біртектілігі** – ол тұйық жүйе кеңістігіндегі денелерді параллель көшіру кезінде олардың физикалық қасиеттері мен қозғалыс заңдары өзгермейді, басқаша айтқанда инерциялық санақ жүйесінің бастапқы координатасының орнын таңдап алуға тәуелді емес деген тұжырымнан шығады. Бұл жағдайда денелердің тұйық жүйесі ретінде бүкіл әлем кеңістігі ұғымын алуға болмайды, тек қана оның тұйық жүйе ретінде қарастырылатын бөліктерін алуға болады.

Галилей-Ньютон механикасындағы массаның жүйенің қозғалыс мөлшерінің жылдамдығынан тәуелсіздігі жүйенің массалар центрі арқылы өрнектеледі. Массалар центрі деп (немесе материялық нүктелер жүйесінің инерция центрі) – орны осы жүйе массаларының таралуымен сипатталатын қандайда бір  $S$  нүктесі.

Оның радиус-векторы мынаған тең

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{m}$$

мұндағы -  $m_i$  және  $r_i$ ,  $i$ -ші материялық нүктенің массасы және радиус-векторы,  $n$  – жүйедегі материялық нүктелер саны,  $m = \sum_{i=1}^n m_i$  жүйенің массасы.

Массалар центрінің жылдамдығы

$$\vec{v}_C = \frac{d\vec{r}_C}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{m}.$$

$\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i$  деп санап және  $\sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \vec{p}$  жүйенің қозғалыс мөлшері болғандықтан, былайша жазуға болады

$$\vec{p} = m\vec{v}_C.$$

яғни, жүйенің қозғалыс мөлшері массалар центрінің жылдамдығы мен жүйе массасының көбейтіндісіне тең.

Осы теңдіктен мынаны аламыз

$$m \frac{d\vec{v}_C}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n,$$

**яғни, жүйенің массалар центрі, барлық жүйе массасы жиналған және жүйеге әсер етуші барлық сыртқы күштердің геометриялық қосындысына тең күш әсер ететін материялық нүкте сияқты қозғалады. Бұл өрнек массалар центрінің қозғалыс заңын көрсетеді.**

$\vec{p} = m\vec{v}_C$  сәйкес қозғалыс мөлшерінің сақталу заңдылығынан оқшауланған жүйенің массалар центрі бірқалыпты түзусызықты қозғалады немесе тыныштық қалпын сақтайды.

### 4.3 Толық энергияның сақталу заңы

**Энергия – материяның барлық түрлерінің әсерлесуінің және қозғалыстың жалпы (эмбебап) сандық өлшеуіші. Материя қозғалысының әртүрлі формалары энергияның әр-түрлі формаларымен байланысқан: механикалық, жылулық, электромагниттік, ядролық және т.б.**

Қандайда бір құбылыстарда материяның қозғалыс формасы өзгермейді (мысалы, ыстық дене суық денені қыздырғанда), басқа бір құбылыстарда басқа формаға түрленеді (мысалы, үйкеліс кезінде механикалық қозғалыс жылулық қозғалысқа айналады). Бірақ, барлық жағдайларда да басқа денеге берілген энергия екінші дене алған энергияға тең болады.

**Энергия ешқайда жоғалмайды да пайда болмайды да, ол бір түрден екінші түрге өзгеріп отырады.** Бұл заңдылық толық энергияның сақталу немесе түрлену заңы деп аталады.

#### 4.4 Энергияның түрленуі. Механикалық энергияның сақталу заңы Механизмдердің ПӘК-і

Егер күш жұмысы тұйық контурда нөлге тең болса, онда мұндай күштерді **консервативті** деп, ал керсінше болса, **диссипативті** дейді. Консервативті күштерге: ауырлық күші, серпімді-деформациялану күші Кулон күші және т.б. мысал бола алады. Диссипативті күштерге үйкеліс күші мысал бола алады.

**Егер тұйық жүйеде тек консервативті күштер ғана әсер етсе, онда жүйенің толық механикалық энергиясы тұрақты болып қалады.**

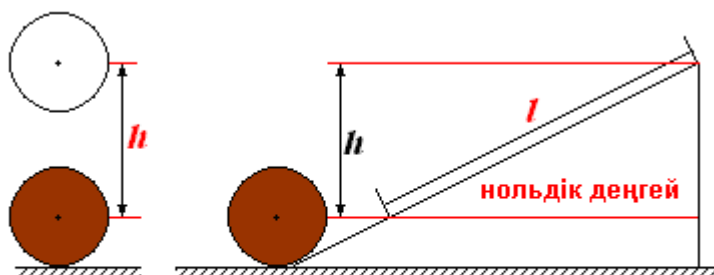
**Егер тұйық жүйеде үйкеліс күші әсер етпесе, онда толық механикалық энергия тұрақты болып қалады.**

Жай механизмдерге әр-түрлі рычагтар, блоктар, көлбеу жазықтықтар жатады. Жай механизмдерді қолдану мақсаты: күшті үнемдеу немесе жолды үнемдеу

**Жай механизмдерді қолданғанда біз ұтпаймыз да және жұмыстан да ұтылмаймыз.**

$h$  биіктіктегі массасы  $m$  болатын дөңгелек (шар) қажет. Бірінші рет горизонталь жазықтық, екінші рет көлбеулік бұрышы  $\alpha=30^\circ$  тең көлбеу жазықтық арқылы домалатамыз. Екі жағдайдағы жұмысты анықтау керек.

Бірінші жағдайда күш жұмысы потенциалдық энергияның өзгерісіне тең



$$A = mgh_2 - mgh_1 = mgh - mg \cdot 0 = mgh$$

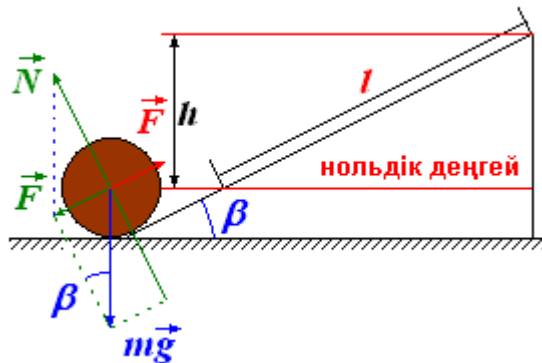
немесе жұмыстың анықтамасы бойынша.

$$A = F \cdot s \cdot \cos \alpha = -mg \cdot h \cdot (-1) = mgh,$$

мұндағы  $F = -mg$ ;  $h = s$ ;  $\cos 180^\circ = -1$ .

Екінші жағдайда жұмыс тең әсерлі күшке қарама-қарсы орындалады

$$\vec{F} = m\vec{g} + \vec{N}.$$



Суреттен  $F = mg \sin \beta$  екенін көруге болады.

Оның жұмысы

$$A = Fl \cos \alpha = mg \sin \beta \cdot \frac{h}{\sin \beta} \cdot \cos 0 = mgh,$$

Нәтиже екеуінде де бірдей, себебі жол  $l = \frac{h}{\sin \beta}$  тең, мұндағы  $l$  – гипотенуза,  $h$  – тікбұрышты үшбұрыштың қарама-қарсы жатқан катеті.

**Жай механизмдердің ПӘК-і басқа машиналар немесе механизмдегілердей пайдалы жұмыстың толық жұмысқа қатынасымен есептеледі.**

$$\eta = \frac{A}{A_{II}} \cdot 100\%,$$

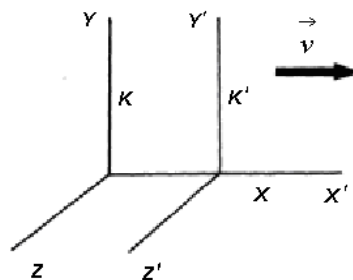
мұндағы  $A_{II} = A + \Delta A$ , бұл жерде  $\Delta A$  – шығын, ол үйкеліс күшіне қарама-қарсы жұмыс бола алады. Кез-келген жүйеде үйкеліс күші болғандықтан жай механизмдердің ПӘК-і әрқашанда бірден кіші болады.

## 5 лекция АРНАЙЫ САЛЫСТЫРМАЛЫ ТЕОРИЯ ЭЛЕМЕНТТЕРІ

Бірінші болып Г. Галилей айтқан – барлық координаталардың инерциялық жүйелеріндегі механикалық құбылыстар біркелкі жүреді деген пайымдау – **Галилейдің салыстырмалылық принципі** деп аталады.

Әрбір санақ жүйесіне декарттық координаталар жүйесін енгіземіз. Қозғалмайтын санақ жүйесіндегі  $K$  координаталарды  $(x, y, z)$  арқылы, ал қозғалыстағыны  $K' - (x', y', z')$  арқылы белгілейік. Айтайық: " $K'$  координаталар жүйесі  $K$  жүйесіне қарасты  $\vec{V}$  жылдамдығымен қозғалуда".

Уақыттың әрбір мезетінде қозғалушы координаттар жүйесі қозғалмайтын жүйеге қарасты белгілі бір орында болады.



*1-сурет*

Егер,  $t=0$  мезетінде екі координаталар жүйелерінің де басы сәйкес келген болса, ал  $t$  мезетінде қозғалушы координаталар жүйесінің басы қозғалмайтын жүйенің  $x=vt$  нүктесінде болады.

$K$  жүйесінде қайсыбір  $P$  нүктесінің  $x, y, z$  координаталары мен  $K'$  жүйесіндегі тура сол нүктенің  $x', y', z'$  координаталары арасындағы байланыс мынандай түрге беріледі:

$$x' = x - vt, y' = y, z' = z, t' = t.$$

Бұл формулалар **Галилей түрлендірулері** деп аталады.

Керісінше қозғалмайтын жүйе ретінде  $K'$  жүйесін алуға болады. Онда Галилей түрлендірулері мынадай болады:

$$x = x' + vt', y = y', z = z', t = t'.$$

**Түрлендірулердің инварианттары.** Координаталардың түрлендірілуі кезінде сандық мәндері өзгермейтін шамалар түрлендірудің инварианттары деп аталады.

**Ұзындықтың инварианттылығы.** Ұзындық Галилей түрлендірулерінің инварианты болып табылады:

$$l = \sqrt{(x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = l'.$$

**Бірмезгілділік ұғымының абсолютті сипаты.**

**Уақыт интервалының инварианттылығы.** Уақыт интервалы Галилей түрлендірулерінің инварианты болып табылады:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = t_2' - t_1' = \Delta t'.$$

**Жылдамдықтар қосындысы.**  $K'$  координаталар жүйесінде материялы нүкте қозғалып келе жатыр делік. Қозғалмайтын координаталар жүйесінде оның жылдамдығының проекциялары мына теңдіктермен беріледі:

$$U_x = U_x' + v, \quad U_y = U_y', \quad U_z = U_z'.$$

Бұлар классикалық механикадағы жылдамдықтарды қосудың формулалары болып табылады.

**Үдеудің инварианттылығы.** Осының алдындағы теңдіктерді  $dt = dt'$  екендігін есте ұстай отырып, дифференциалдасақ, мынаны табамыз:

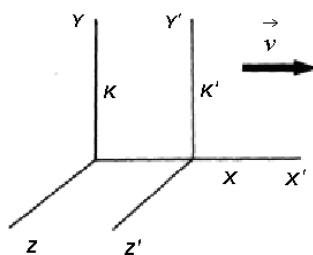
$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x'}{dt'^2}, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2y'}{dt'^2}, \quad \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2z'}{dt'^2}.$$

Осы формулалар көрсеткендей, үдеу Галилей түрлендірулеріне қарасты инвариантты болады.

Салыстырмалы теорияның негізін **Эйнштейннің салыстырмалылық принципі** және **жарық жылдамдығының тұрақтылығы принципі** деп аталатын екі постулаты құрайды. Біріншісіне сәйкес, табиғаттың барлық заңдары барлық инерциалдық санақ жүйелерінде бірдей. Екі әлемдік нүктелердің арасындағы қашықтықтың квадраты (бұл қашықтықты **кеңістікті-уақытты интервал** деп атайды және  $\Delta S$  символымен белгілейді) мына формуламен анықталады:

$$\Delta S^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2.$$

**Лоренц түрлендірулері.** Инерциалы екі санақ жүйесін қарастырайық та оларды  $K$  және  $K'$  деп белгілейік.  $K'$  жүйесі  $K$  жүйесіне қарасты  $\vec{V}$  жылдамдығымен қозғалсын делік.  $x$  және  $x'$  осьтерін  $\vec{V}$  векторы бойымен бағыттап,  $y$  және  $y'$ , сонымен қоса  $z$  және  $z'$  осьтерін бір біріне параллелді деп жорамалдайық. Салыстырмалылық принципінің айтуына сай  $K$  және  $K'$  жүйелері мүлдем тең құқықты.



2-сурет

Галилей түрлендірулерінен жылдамдықтар қосындысы заңы шығады:

$$U_x = U_x' + v. \quad (2)$$

Бұл заң жарық жылдамдығының тұрақтылығы принципімен қарама-қайшылықта болады. Расында да, егер  $K'$  жүйесіндегі жарық сигналы  $\vec{V}$  векторы бағытында  $c$  жылдамдығымен таралатын болса, онда (2) сәйкес,  $K$  жүйесіндегі сигнал жылдамдығы  $c+v$  тең болып шығады, яғни  $c$ -дан асып түседі. Бұдан шығатыны, Галилей түрлендірулері басқа формулалармен алмастырылулары қажеттігі туындайды. Осы формулаларды келтірейік:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' + \left(\frac{v}{c^2}\right)x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (3)$$

(3) формулаларының жиынтығы **Лоренц түрлендірулері** атына ие.

Егер (6.3) теңдеуі штрихталған шамаларға қатысты шешілетін болса,  $K$  жүйесінен  $K'$  жүйесіне өтуге керекті түрлендірулер формулалары пайда болады:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \left(\frac{v}{c^2}\right)x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (4)$$

$v \ll c$  жағдайында Лоренц түрлендірулерінің Галилей түрлендірулеріне өтетінін оңай түсінуге болады.

**Түрлендірулердің инварианттары.** Әрбір оқиғаға көңілдегі төртөлшемді кеңістікте  $ct, x, y, z$  координаталы әлемдік нүктені қатар қоюға болады. Бір оқиға  $ct, x_1, y_1, z_1$  координаталы, ал екіншісі –  $ct, x_2, y_2, z_2$  координаталы болсын делік. Белгілерді енгізелік:  $t_2 - t_1 = \Delta t, \quad x_2 - x_1 = \Delta x$ , т.т.

$K$  жүйесіндегі интервал квадраты (6.1) формуласымен анықталады.  $K'$  жүйесіндегі тап сол оқиғалардың арасындағы интервал квадраты мынаған тең:

$$\Delta S'^2 = c^2 \Delta t'^2 - \Delta x'^2 - \Delta y'^2 - \Delta z'^2. \quad (5)$$

формулаларына сай, ал одан әрі осы мәндерді (5) формуласына салсақ, онда азғантай түрлендірулерден кейін  $\Delta S'^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$  екендігін көреміз, яғни,

$$\Delta S'^2 = \Delta S^2.$$

Осылайша, интервал бір инерциялы санақ жүйесінен екіншісіне өткенде инвариантты болады.

Тура осылайша, меншікті уақыттың аралығы (денемен бірге қозғалатынсағат бойынша алынған уақыт осы дененің меншікті уақыты деп аталады да әдетте  $\tau$  әрпімен белгіленеді) оқиғалар арасындағы интервалға пропорционалды:

$$\Delta \tau = \frac{1}{c} \Delta S.$$

Интервал инвариант болып табылады. Демек, меншікті уақыт та инвариантты.

**Релятивистік механикадағы жылдамдықтарды қосудың формуласы:**

$$u_x = \frac{u_x' + v}{1 + \frac{vu_x'}{c^2}}, \quad u_y = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot u_y'}{1 + \frac{vu_x'}{c^2}}, \quad u_z = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot u_z'}{1 + \frac{vu_x'}{c^2}}. \quad (6)$$

$v \ll c$  болған жағдайда (6) арақатынастары классикалық механикадағы жылдамдықтарды қосудың формуласына айналады.



**Қозғалыстың релятивистік теңдеуі:**

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 \vec{V}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = \vec{F}.$$

Бұл теңдеу Ньютонның қозғалыс теңдеуінің жинақтау қорытындысы. Оны неғұрлым ыңғайлы етіп былай жазуға болады:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}, \quad \vec{p} = m\vec{V}, \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

$m$  шамасы **релятивистік масса**, немесе жай ғана **масса** деп аталады;  $m_0$  – тыныштық массасы;  $\vec{p}$  **релятивистік импульс** немесе, жай ғана **импульс** делінеді.

**Релятивистік жағдайдағы энергияның сақталу заңы:**

$$\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + E_n = const.$$

Потенциалдық энергияның  $E_n$  бейрелятивистік теориядағы мәні тура сол, ал

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

шамасы дененің **толық энергиясы** деп аталады. Дене тыныштық жағдайында тұрған кезде ( $v=0$ ), ол

$$E_0 = m_0 c^2$$

энергиясына ие, ол **тыныштық энергиясы** деп аталады.

Ерікті жылдамдықпен қозғалушы дененің  $E_k$  **кинетикалық энергиясы** мынадай:

$$E_k = E - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right).$$

Релятивистік массаға арналған формуланы есте ұстай отырып

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

толық энергияға арналған теңдікті мына түрде жазамыз:

$$E = mc^2.$$

Бұл теңдік – физиканың ең іргелі заңдарының бірі болып табылады және масса мен энергия арасындағы арақатынас деп аталады, оны Эйнштейн анықтаған.

Релятивистік импульске арналған теңдеуден

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{V}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{және толық энергия теңдеуінен} \quad E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$v$  жылдамдығын алып тастасақ, импульс  $p$  арқылы бөлшектің толық энергиясын аламыз:

$$E = c \sqrt{p^2 + m_0^2 c^2} .$$

## 6 лекция 6 ҚАТТЫ ДЕНЕНІҢ АЙНАЛМАЛЫ ҚОЗҒАЛЫСЫНЫҢ ДИНАМИКАСЫ

### 6.1 Инерция моменті.

Абсолют қатты дене деп кез-келген нүктелерінің арасындағы қашықтық өзгеріссіз болатын және кез-келген жағдайда деформацияланбайтын денені айтады.

Қатты дененің айналмалы қозғалысының негізгі екі түрі бар.

1. Қозғалмайтын  $O$  нүктесіне қатысты: онда дененің барлық нүктелері центрі  $O$  нүктесінде орналасқан концентрлі сфералар беттерінің бойымен қозғалады.
2. Қозғалмайтын  $Z$  өсіне қатысты: онда дененің барлық нүктелері шеңбер бойымен қозғалады, және олардың центрлері бір түзудің, яғни айналу өсінің бойында жатады.

Қатты дененің айналмалы қозғалысын оқып үйрену кезінде инерция моменті деген ұғымды пайдаланамыз.

Жүйенің немесе дененің берілген өске қатысты инерция моменті деп жүйені құрап тұрған  $n$  материялық нүктелер массаларының олардың қарастырылып отырған өске дейінгі қашықтықтарының квадратына

көбейтіндісінің қосындысына тең физикалық шама.

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

СИ жүйесіндегі өлшем бірлігі  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$

Егер масса үздіксіз таралған жағдайда қосынды таңбасы интеграл таңбасымен алмастырылады, онда инерция моменті мынадай түрде жазылады:

$$J = \int r^2 dm$$

Мысал ретінде биіктігі  $h$  және радиусы  $R$  тең біртекті тұтас цилиндрдің геометриялық өсіне қатысты инерция моментін табайық. Цилиндрді ішкі радиусы  $r$  және сыртқы радиусы  $r+dr$  тең шексіз аз  $dr$  қалыңдықты жеке қуыс

концентрлі цилиндрлерге бөлеміз. Әрбір қуыс цилиндрдің инерция моменті  $J=r^2dm$  ( $r \gg dr$ )  $dm$ -элементар цилиндрдің массасы. Оның көлемі  $dV=2\pi rhdr$ .  $\rho$ -материалдың тығыздығы. Сонда  $dm=2\pi rh\rho dr$

$$\text{Осыдан тұтас цилиндрдің инерция моменті } J = \int dJ = 2\pi h\rho \int_0^R r^3 dr = \frac{\pi h R^4 \rho}{2}$$

Мұнда цилиндрдің көлемі  $\pi R^2 h$ , оның массасы  $\pi R^2 h\rho$

$$J = \frac{1}{2} m R^2$$

Кейбір денелер үшін инерция моменттерінің мәндері (денелер біртекті,  $m$ -дененің массасы)

| Дене  | Өстің орналасуы   | Инерция моменті      |
|---|---|----------------------|
| Радиусы $R$ тең тұтас цилиндр немесе диск   | Симметрия өсі   | $\frac{1}{2} m R^2$  |
| Радиусы $R$ тең жұқа қабырғалы қуыс цилиндр | Симметрия өсі   | $m R^2$              |
| Ұзындығы $l$ тең түзу жіңішке стержнь       | Өсь стержнге перпендикуляр және оның ортасы арқылы өтеді  | $\frac{1}{12} m l^2$ |
| Ұзындығы $l$ тең түзу жіңішке стержнь       | Өсь стержнге перпендикуляр және оның бір ұшы арқылы өтеді | $\frac{1}{3} m l^2$  |
| Радиусы $R$ тең шар                         | Өсь шардың центрі арқылы өтеді                            | $\frac{2}{5} m R^2$  |

### Штейнер теоремасы

$$J = J_c + m a^2$$

**Дененің инерция моменті** – ілгерілемелі қозғалыс кезіндегі массаға теңдес физикалық шама; ол дененің формасына, мөлшеріне, массасына және оның дене ішінде таралуына, сонымен қоса айналу өсін таңдауға тәуелді, ол айналмалы қозғалыс кезіндегі дененің инерттілігін сипаттайды.

## 6.2 Айналмалы қозғалыстың кинетикалық энергиясы

Қозғалмайтын  $z$  өсіне қатысты айналмалы қозғалыс жасап тұрған абсолют қатты денені қарастырайық. Осы денені ойша, массалары  $m_1, m_2, \dots, m_n$  тең және өстен  $r_1, r_2, \dots, r_n$  қашықтықта орналасқан кішкене көлемдерге бөлеміз. Қатты дененің қозғалмайтын өске қатысты айналмалы қозғалысы кезінде массасы  $m_i$  элементар көлемдер әр түрлі  $r_i$  радиусты шеңберлер сызады және  $v_i$  сызықтық жылдамдыққа ие болады. Абсолют қатты денені қарастырып отырғандықтан осы элементар көлемдердің барлығы бірдей бұрыштық жылдамдықпен қозғалады.  $\omega = v_1/r_1 = v_2/r_2 = \dots = v_i/r_i$

Айналмалы қозғалыс жасап тұрған дененің кинетикалық энергиясын элементар көлемдердің кинетикалық энергияларының қосындысы арқылы табамыз.

$$E_{\text{кин.айн}} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \dots + \frac{m_n v_n^2}{2} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \omega^2}{2} r_i^2 = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \frac{J_z \omega^2}{2}$$

$$E_{\text{кин.айн}} = \frac{J_z \omega^2}{2}$$

$J_z$ - дененің z өсіне қатысты инерция моменті.

Үйкеліссіз домалап кележатқан деннің кинетикалық энергиясы

$$E_{\text{кин.айн}} = \frac{m v_C^2}{2} + \frac{J_C \omega^2}{2}$$

### 6.3 Күш моменті. Қатты дененің айналмалы қозғалыс динамикасының негізгі теңдеуі.

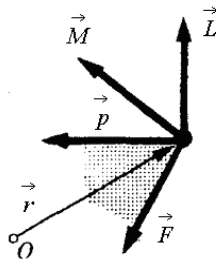
Қозғалмайтын О нүктесіне қатысты F күшінің моменті деп – О нүктесінен күш түсірілген А нүктесіне жүргізілген  $\vec{r}$  радиус вектордың  $\vec{F}$  күшіне векторлық көбейтіндісімен анықталатын физикалық шаманы айтамыз  $\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$

Күш моментінің модулі

$$M = Fr \sin \alpha = Fl$$

Мұндағы  $\alpha$  бұрышы  $\vec{r}$  мен  $\vec{F}$  арасындағы бұрыш. **Күш иіні**  $l = r \sin \alpha$  – күштің әсер ету сызығы мен О нүктесі арасындағы ең қысқа қашықтық.

СИ жүйесіндегі өлшем бірлігі Н·м



Қозғалмайтын z өсіне қатысты F күшінің моменті деп - берілген z өсінің қандайда бір О нүктесіне қатысты анықталған  $\vec{M}$  күш моменті векторының осы өстегі проекциясына тең  $M_z$  скаляр шаманы айтамыз.  $M_z$  моментінің мәні О нүктесінің z өсіндегі орнына тәуелді емес. Егер z өсі  $\vec{M}$  векторының бағытымен бағыттас болса, онда күш моменті  $\vec{M}_z = [\vec{r}, \vec{F}]_z$

Айналмалы қозғалыс кезіндегі жұмыстың өрнегін анықтайық. z өсінен r қашықтықта орналасқан В нүктесіне  $\vec{F}$  күші түсірілсін.  $\alpha$  бұрышы –күштің бағыты мен  $\vec{r}$  радиус вектор арасындағы бұрыш. Дене абсолют қатты дене болғандықтан күштің жұмысы бүкіл денені бұруға жұмсалған жұмысқа тең. Дененің шексіз аз  $d\phi$  бұрышқа бұрылуы кезінде күш түсірілген В нүктесі  $ds = r d\phi$  жол жүреді де жұмыс ығысу бағытындағы күш проекциясын ығысу шамасына көбейткенге тең.

$$dA = Fr \sin \alpha r d\varphi \quad dA = M_z d\varphi, \text{ толық жұмыс } A = \int_0^{\varphi} M_z d\varphi$$

Мұнда  $Fr \sin \alpha = Fl = M_z$  -  $z$  өсіне қатысты күш моменті.

Айналмалы қозғалыс кезіндегі жұмыс оның кинетикалық энергиясының өсуіне жұмсалады.  $dA = dE_k$

$$dE_k = d\left(\frac{J_z \omega^2}{2}\right) = J_z \omega d\omega, \quad M_z d\varphi = J_z \omega d\omega \text{ немесе } M_z \frac{d\varphi}{dt} = J_z \omega \frac{d\omega}{dt}$$

$$M_z = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon$$

Бұл өрнек қатты дененің қозғалмайтын өске қатысты **айналмалы қозғалыс динамикасының негізгі теңдеуі**

Егер  $z$  өсі массалар центрі арқылы өтетін инерция өсімен сәйкес келсе онда

$$\vec{M} = J \vec{\varepsilon}$$

#### 6.4 Импульс моменті және оның сақталу заңы.

Қозғалмайтын О нүктесіне қатысты А материялық нүктесінің импульс моменті (қозғалыс мөлшері)

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{v}]$$

мұнда  $\vec{r}$  - О нүктесінен А нүктесіне жүргізілген радиус-вектор.  $\vec{p} = m\vec{v}$  - материялық нүктенің импульсі

Импульс моменті векторының модульы

$$L = r p \sin \alpha = m v r \sin \alpha = p l$$

мұнда  $\alpha$  бұрышы  $\vec{r}$  және  $\vec{p}$  векторлары арасындағы бұрыш,  $l$  -  $\vec{p}$  векторының О нүктесіне қатысты иіні

Қозғалмайтын  $z$  өсіне қатысты импульс моменті деп - берілген  $z$  өсінің қандайда бір О нүктесіне қатысты анықталған импульс моменті векторының осы өстегі проекциясына тең  $L_z$  скаляр шаманы айтамыз.  $L_z$  моментінің мәні О нүктесінің  $z$  өсіндегі орнына тәуелді емес.

Жеке бөлшектердің импульс моменті  $L_{iz} = m_i v_i r_i$

Қатты дененің қозғалмайтын өске қатысты импульс моменті

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i v_i r_i = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \omega = \omega \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = J_z \omega$$

$$L_z = J_z \omega$$

Осы теңдеуді дифференциалдасак

$$\frac{dL_z}{dt} = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon = M_z$$

$$M_z = \frac{dL_z}{dt}$$

Бұл өрнек қатты дененің қозғалмайтын өске қатысты **айналмалы қозғалыс динамикасының негізгі теңдеуінің** тағы бір түрі

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Тұйықталған жүйе үшін сыртқы күштер моменті  $\vec{M}=0$ , болса  $\frac{d\vec{L}}{dt}=0$  осыдан  $\vec{L}=\text{const}$  - Импульс моментінің сақталу заңы.

## 7 лекция

### СҰЙЫҚТАР МЕХАНИКАСЫНЫҢ ЭЛЕМЕНТТЕРІ

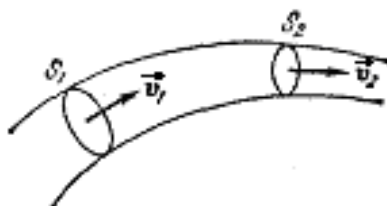
#### 7.1 Жылдамдық векторының өрісі. Ағын сызығы. Стационарлық ағыс. Ағын түтігі.

Егер де сұйық сығылмайтын болған болса (яғни оның тығыздығы барлық жерде бірдей және өзгере алмайтын болса), онда  $S_1$  және  $S_2$  (сурет) қималарының арасындағы сұйық саны өзгеріссіз қала береді. Бұдан шығатыны, бір уақыт бірлігі ішінде  $S_1$  және  $S_2$  қималары арқылы өтетін сұйықтың көлемдері бірдей болулары керек:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 .$$

Жоғарыда келтірілген пайымдауды  $S_1$  және  $S_2$  қималарының кез келген жұбына қолдануға болады. Демек, сығылмайтын сұйық үшін  $Sv$  шамасы тоқтың тура сол түтігінің кез келген қимасында бірдей болуы керек:

$$Sv = \text{const}$$



Алынған нәтиже **ағынның үзіліссіздігі** туралы теореманың мазмұнын білдіреді.

Сұйықтың қозғалысын қарастыра отырып көп жағдайда, сұйықтың кей бөлшектерінің басқаларға қатысты орын ауыстыруы үйкеліс күшінің тууымен байланыссыз деп есептеуге болады. Ішкі үйкелісі (тұтқырлығы) толығымен жоқ боп келетін сұйық – **идеалды** деп аталады.

Кез келген тоқтың ағын сызығының бойымен стационарлы ағымдағы сығылмайтын идеалды сұйықта мына шарт орындылады (**Бернулли теңдеуі**):

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = const$$

мұнда  $\frac{\rho v^2}{2}$  – динамикалық қысым;  $\rho gh$  – гидростатикалық қысым;  $p$  – статикалық қысым.

Идеалды сұйық, яғни үйкеліссіз сұйық, абстракция боп табылады. Барлық нақты сұйықтар мен газдарға көп не аз дәрежеде тұтқырлық немесе ішкі үйкеліс тән.

Әр түрлі жылдамдықпен бір-біріне параллелді қозғалушы сұйықтың екі көршілес қабатырының арасындағы үйкеліс күші **Ньютоның тұтқырлық үйкеліс заңы** бойында болады:

$$F_{\text{үйк}} = \eta \left| \frac{du}{dy} \right| s$$

мұнда  $S$  – сұйық қабатының аумағы,  $du/dy$  – сұйық қабаттары арасындағы жылдамдық градиенті,

$\eta$  – сұйықтың динамикалық тұтқырлығы деп аталады.

Сұйықтың (немесе газдың) ағымының екі түрін бақылауға болады. Біреуінде, сұйық, бір біріне қарасты, араласпастан сырғитын қабаттарға бөлінетін сияқты. Мұндай ағын **ламинарлы** ағын.

Жылдамдық немесе тасқынның көлденең мөлшері артқанда ағын сипаты елеулі түрде өзгереді. Сұйықтың лезде араласың кетуі туындайды. Мұндай ағын **турбулентті** деп аталады.

Ағылшын оқымыстысы Рейнольдс ағын сипатының мөлшерсіз шаманың мәніне тәуелді екендігін анықтаған:

$$Re = \frac{\rho v l}{\eta}$$

мұнда  $\rho$  – сұйықтың (немесе газдың) тығыздығы,  $v$  – құбырдың көлденең қимасы арқылы сұйықтың орташа жылдамдығы,  $\eta$  – сұйықтың тұтқырлық коэффициенті,  $l$  – сызықтық мөлшер, мысалы құбыр диаметрі. Бұл шама **Рейнольдс саны** деп аталады. Рейнольдс санының аз мәндері тұсында ламинарлық ағын байқалады.  $Re$ -ң қайсібір белгілі мәнінен бастап, ол жиеленіс деп аталады, ағын турбуленттік сипатқа көшеді.

**Стокс формуласы.** Аздау  $Re$  кезінде, яғни қозғалыстың бояу жылдамдығы тұсында (және аздау  $l$ ), ортаның қарсылығы іс жүзінде тек үйкеліс күштерінің негізінде ғана болады. Стокс бұл жағдайда қарсылық күші динамикалық тұтқырлық коэффициентіне  $\eta$ , дене қозғалысының  $v$  жылдамдығына және денеге тән мөлшерге  $l$ :  $F \sim \eta l v$  пропорционалды екенін анықтады. Мысалы, шар

үшін, егер  $l$  орнына шардың  $r$  радиусын алар болсақ, пропорционалдылық коэффициенті  $6\pi$  тең болып шығады. Ендеше:

$$F = 6\pi\eta r v$$

Бұл формула **Стокс формуласы** деп аталады.

**Пуазейль формуласы.** Сұйықтың дөңгелек құбыр ішіндегі қозғалысы кезінде жылдамдық құбыр қабырғасына қарай нөлге тең және құбырдың осінде максималды болады. Ағынды ламинарлы десек, құбыр осінен  $r$  қашықтағы жылдамдық өзгерісі заңын табуға болады:

$$v(r) = v_0 \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

мұнда  $v_0$  – құбыр осіндегі жылдамдықтың мәні, ал  $R$  – құбыр радиусы.

Көріп отырғанымыздай, ламинарлық ағын кезінде жылдамдық құбыр осінен қашықтығына қарай параболиндтік заңына сай өзгереді.

Ағынды ламинарлы деп шамалай отырып  $Q$  сұйығының тасқынын, яғни уақыттың бір бірлігі ішінде құбырдың көлденең қимасы арқылы өтетін сұйықтың көлемін есептеп шығаруға болады. Тасқынға арналған формуланы аламыз:

$$Q = \frac{(p_1 - p_2)\pi R^4}{8\eta l}$$

мұнда  $\frac{p_1 - p_2}{l}$  – құбырдың ұзындық бірлігіндегі қысымның секірулері. Бұл формула **Пуазейль формуласы** деп аталады. Бұл формулаға сенсек, сұйық тасқыны құбырдың ұзындық бірлігіндегі қысым ескірулеріне пропорционалды, құбыр радиусының төртінші дәрежесіне пропорционалды және сұйық тұтқырлығы коэффициентіне кері пропорционалды.

## 8 лекция

### МОЛЕКУЛАЛЫҚ ФИЗИКА НЕГІЗДЕРІ

**Молекулалық физика және термодинамика** макроскопиялық денелердің, былайша айтқанда, өте көп микробөлшектерден ( молекулалар, атомдар, иондар, электрондар т.с.с.) тұратын денелердің физикалық қасиеттерін зерттейтін физиканың бөлімдері. Осы қасиеттерді зерттеу үшін сапалы түрде алшақ және бірін-бірі толықтыратын екі әдіс қолданылады: **молекулалы-кинетикалық (статистикалық) және термодинамикалық.**

Жүйелерді құрайтын микробөлшектердің қозғалысы сипаттамаларының орташаланған мәндері негізінде макроскопиялық жүйелердің қасиеттерін зерттеу әдісі, молекулалы – кинетикалық (статистикалық) әдіс деп аталады.

Жүйелерде жүретін энергияның алмасу заңдарына сүйене отырып макроскопиялық жүйелердің қасиеттерін зерттеу әдісі **термодинамикалық** деп аталады.



**Молекулалық физика** - заттардың құрылымы мен қасиеттерін, барлық денелер молекулалардан тұрады деген молекула-кинетикалық көзқарас тұрғысынан зерттейтін физиканың бір бөлімі.

### 8.1 Молекула-кинетикалық теориясының негізгі қағидалары:

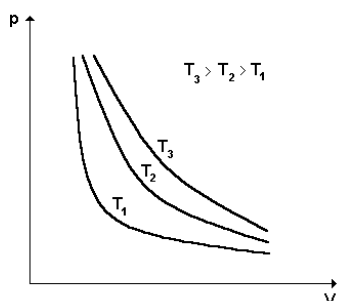
- 1) барлық заттар бөлшектерден тұрады (молекулалар, атомдар);
- 2) бұл бөлшектер бейберекет қозғалыста болады;
- 3) бұл бөлшектер бір-бірімен өзара әсерлеседі.

Осы қағидалардың әрқайсысын практика жүзінде қатаң дәлелдейтін кейбір құбылыстар бар. Барлық заттардың қасиеттері, осы заттарды құрап тұрған элементар бөлшектердің қасиеттеріне және осы бөлшектердің бір-бірімен өзара әсерлесу сипатына тәуелді.

Бөлшектердің (молекулалар, атомдар) өлшемі мен массасы өте аз екенін атап өту керек.

**Молекуланың өлшемі (диаметрі)  $\sim 10^{-10}$  м тең, сондықтан да тіпті кішкене зат мөлшерінде де олардың саны орасан көп. Мысалы, 18 грамм суда  $\sim 6 \cdot 10^{23}$  молекула бар.**

**Газдың күйі** үш  $p, V, T$  макроскопиялық параметрлермен сипатталады.  $T$  температура – макроскопиялық жүйенің термодинамикалық тепе-теңдік күйін сипаттайтын физикалық шама.



$T = t + 273,15$  - абсолют температура.

**Бойль – Мариотт заңы**

**Изотермиялық процесс:**  $T = const$

Газдың массасы тұрақты болсын

$m = const$ , сонда  $pV = const$ ,

немесе  $p_1V_1 = p_2V_2$

**Гей-Люссак заңы**

**Изобарлық процесс:**

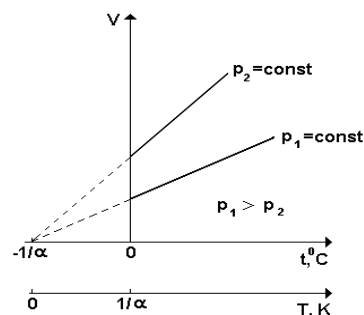
$$p = const$$

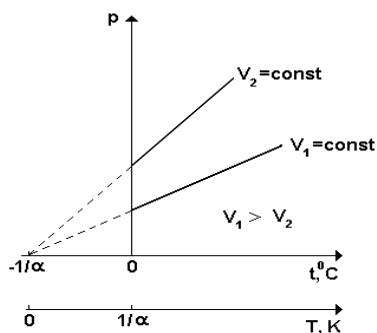
Газдың массасы тұрақты болсын  $m = const$ ,

Сонда  $V = V_0(1 + \alpha t)$ ,

бұл жерде  $\alpha = \frac{1}{273,15} K^{-1}$

$$\frac{V}{T} = const \quad \text{немесе} \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$





### Шарль заңы. Изохорлық процесс:

$V = const$  Газдың массасы тұрақты болсын  
 $m = const$ , сонда  $p = p_0(1 + \alpha t)$  бұл жерде

$$\alpha = \frac{1}{273,15} K^{-1}$$

$$\frac{p}{T} = const \quad \text{немесе} \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

### Авогадро заңы

Кез келген газдардың мольдері бірдей температура мен қысымда бірдей көлемдерді алады. Моль – 0,012 кг көміртегі құрамында қанша атом болатын болса, құрамында сонша молекулалары бар зат мөлшері. Бір моль зат мөлшерінде  $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$  молекула бар. Қалыпты жағдайда ( $p \approx 10^5 \text{ Па}$ ,  $T = 273 \text{ К}$ ) кез келген заттың 1 моль мөлшері мына көлемді қамтиды

$$V_M = 22,41 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{моль}$$

### Дальтон заңы

Газ қоспасының қысымы сол газды құрайтын басқа газдардың парциалды қысымдарының қосындысына тең

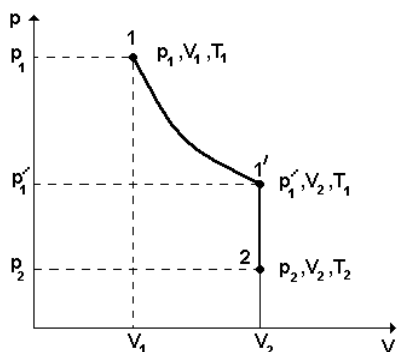
$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n$$

**Парциал қысым** – газ қоспасының құрамына кіретін газдың қоспа алып тұрған көлемді жалғыз өзі қамтитындай жағдайда түсіретін қысымы.

## 8.2 Идеал газдың күй теңдеуі (Менделеев-Клапейрон теңдеуі)

Газдың массасы тұрақты болсын  $m = const$ .

Газдың 1-ші ( $p_1, V_1, T_1$ ) күйден 2-ші ( $p_2, V_2, T_2$ ) күйге өтуін қарастырайық.



$$p_1 V_1 = p_1' V_2 \quad \frac{p_1'}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$p_1'$  - ті шығарып тастай отырып, алатынымыз

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}, \quad \text{немесе} \quad \frac{p V}{T} = B = const.$$

Бұл – **Клапейрон** теңдеуі.  $B$  - әртүрлі газдар үшін әртүрлі газ тұрақтылары. Менделеев Клапейрон теңдеуін Авогадро заңымен біріктірді. Бір моль үшін  $B$

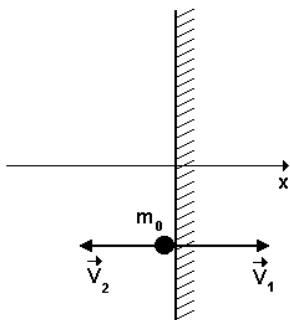
тұрақтысы барлық газдар үшін бірдей.

$$\frac{p V_M}{T} = R, \quad \text{мұндағы} \quad R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} - \text{универсал газ тұрақтысы.}$$

Кез-келген  $m$  массалы газ үшін

$$pV = \frac{m}{M}RT. \text{ --Менделеев-Клапейрон теңдеуі}$$

### 8.3 Идеал газдың молекулалы – кинетикалық теориясының негізгі теңдеуі.



Газ **қысымы** газ молекула-ларының ыдыс қабырғаларымен сансыз көп соқтығысуларының салдары болып табылады.

$$m_0 v - (-m_0 v) = 2m_0 v \vec{f} \Delta t = m_0 \vec{v}_2 - m_0 \vec{v}_1$$

$$Z = \frac{1}{6} N = \frac{1}{6} nV = \frac{1}{6} n \Delta S v \Delta t,$$

мұнда  $z$  -  $\Delta t$  уақыт ішінде молекулалардың ыдыстың (сурет) қабырғасын соққылау саны.

$$\Delta P = 2m_0 v \frac{1}{6} n \Delta S v \Delta t = \frac{1}{3} n m_0 v^2 \Delta S \Delta t$$

$$p = \frac{\Delta P}{\Delta t \Delta S} = \frac{1}{3} n m_0 v^2$$

Молекулалардың жылдамдықтары әртүрлі, сондықтан жылдамдықтардың квадратының орташа мәнін алу керек:

$$\langle v^2 \rangle = \frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2}{N}$$

Сонда идеал газдың **молекулалы – кинетикалық теориясының негізгі теңдеуі.**

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v^2 \rangle, \text{ немесе } p = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \langle v^2 \rangle}{2} = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_i \rangle$$

бұл жерде  $\langle \varepsilon_i \rangle$  - молекулалардың ілгерілемелі қозғалысының орта кинетикалық энергиясы.

Жылдамдықтары белгілі  $v$ -дан  $v + \Delta v$  - ға дейінгі жылдамдықтың интервалында жататын газдың бірлік көлеміндегі  $\Delta n$  молекулалардың санын іздеп көрелік. Оны мына түрде берейік  $\Delta n = a \Delta v$

мұнда  $a$  – пропорционалдық коэффициент. Бұл коэффициент жылдамдыққа тәуелді

$$a = f(v).$$

Сонда

$$\Delta n = n f(v) \Delta v,$$

немесе

$$\frac{\Delta n}{n} = f(v) \Delta v$$

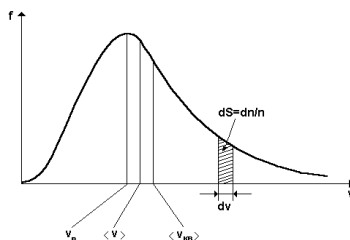
Бұл жерде  $\frac{\Delta n}{n}$  жылдамдықтары  $v$  - дан  $v + \Delta v$  - ға дейінгі интервалда жататын газдың бірлік көлеміндегі молекулалардың үлесі.

$f(v)$  функциясы **үлестірілу функциясы** деп аталады. Шекке көше отырып мынаны аламыз:

$$\frac{dn}{n} = f(v)dv$$

Сонымен, үлестірілу функциясы – бірлік көлемнің ішіндегі газ молекулаларының кез-келген  $v$  жылдамдықтың маңайында  $dv$  интервалында жататын жылдамдықты алу ықтималдылығы. Функцияның түрі былай беріледі

$$f(v) = \frac{dn}{ndv} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m_0}{2kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp \left[ -\frac{m_0 v^2}{2kT} \right]$$



$f(v)$  функциясы нормалық шартты қанағаттандырады:

$$\int_0^{\infty} f(v)dv = 1$$

Идеал газдың молекулаларының жылдамдықтар бойынша үлестірілу функциясы максимал болған кездегі жылдамдық, **ең ықтимал жылдамдық** деп аталады:

$$v_{bt} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$$

**Орташа арифметикалық жылдамдық** мына өрнектің көмегімен анықталады:

$$\langle v \rangle = \frac{1}{n} \int_0^{\infty} v dn = \int_0^{\infty} v f(v) dv \quad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

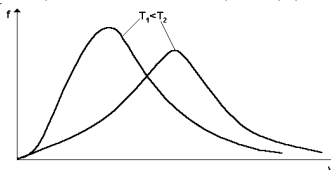
**Молекулалардың орташа квадраттық жылдамдығы** мына өрнектің көмегімен анықталады:

$$\langle v_{кв} \rangle = \frac{1}{n} \int_0^{\infty} v^2 dn = \int_0^{\infty} v^2 f(v) dv \quad \langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Молекула жылдамдықтары арасында мына байланыстар бар:

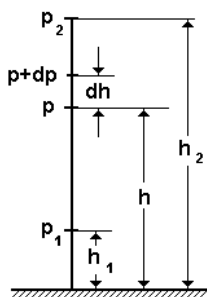
$$\langle v_{кв} \rangle = 1.09 \langle v \rangle = 1.22 v_{bt}$$

Температура жоғарлаған кезде молекулалардың жылдамдықтар бойынша таралу функциясының максимумі оңға қарай жылжиды. Соған қарамастан қисықпен шектелген аудан тұрақты болып қалады.



#### 8.4 Барометрлік формула. Больцман үлестірілуі.

Кез – келген газдың молекулалары Жердің тартылыс потенциалдық өрісінде орналасады. Бір жағынан тартылыс, екінші жағынан молекулалардың жылулық қозғалысы, биіктік бойынша газ қысымы азайып отыратындай газдың белгілі бір стационарлық күйіне алып келеді.



$T, g = const$  делік, яғни олар биіктіктен тәуелсіз болсын. Олай болса, егер  $h$  биіктікте атмосфералық қысым  $p$  - ға тең десек, онда  $h + dh$  биіктікте ол  $p + dp$  - ға тең.

$p - (p + dp) = \rho g dh$ , мұнда  $\rho$  -  $h$  биіктіктегі газдың тығыздығы. Сондықтан,  $dp = -\rho g dh$

Егер  $\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT}$ , онда  $dp = -\frac{pM}{RT} g dh$  немесе  $\frac{dp}{p} = -\frac{Mg}{RT} dh$

Интегралдағаннан кейін  $\ln \frac{p_2}{p_1} = -\frac{Mg}{RT} (h_2 - h_1)$  немесе

$$p_2 = p_1 e^{-\frac{Mg}{RT} (h_2 - h_1)}$$

Кез-келген биіктікте  $p = p_0 e^{-\frac{Mg}{RT} h}$

Қысымның биіктікке қатысты азаю заңын көрсететін осы теңдеу **барометрлік формула** деп аталады. (Берілген биіктіктегі қысымды өлшей отырып Жер бетінен алғандағы осы биіктікті анықтау үшін қолданылынады).

$p = nkT$  екенін ескере отырып, былай жазуға болады:

$$n = n_0 e^{-\frac{Mg}{RT} h}, \text{ немесе } n = n_0 e^{-\frac{m_0 g}{kT} h}$$

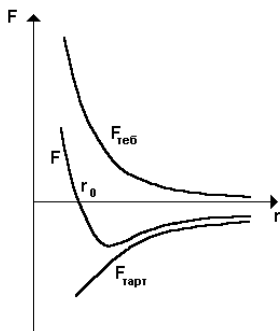
Бұл жерде  $m_0gh$  - тартылыс күшінің өрісіндегі молекулалардың потенциалдық энергиясы.

Егер де газ қандай-да бір басқа күш өрісінде орналасатын болса, оның молекулалары белгілі бір потенциалдық энергияны иемденеді. Онда берілген  $E_n$  энергияны иеленген бөлшектердің саны мына өрнектің көмегімен анықталады:

$$n = n_0 e^{-\frac{E_n}{kT}}$$

Бұл өрнек **Больцман үлестірілуі** деп аталады.

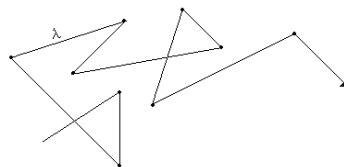
Тәжірибелік және теориялық зерттеулерге сәйкес молекулалардың өзара әсерлесу  $F$  күштері молекулалардың ара қашықтығының  $n$  - ші дәрежесіне кері пропорционал:  $F \sim 1/r^n$  мұнда тартылу күштері үшін  $n = 7$ , ал тебілу күштері үшін  $n = 9 \div 15$ . Сонымен, бұл күштер молекулалардың ара қашықтығы артқан сайын өте жылдам кеміп (сурет) отырады, әсіресе тебілу күштерінің кему жылдамдығы өте үлкен.



Өздерінің бейберекет (хаосты) қозғалысы кезінде молекулалар бір-бірімен үздіксіз соқтығысып

отырады. Молекула траекториясы броун бөлшегінің траекториясына ұқсас және сынық сызық болып табылады.

Екі кезек соқтығысудың арасындағы молекуланың жүрген  $\lambda$  жолын оның **еркін жүру жолының ұзындығы** деп атайды.

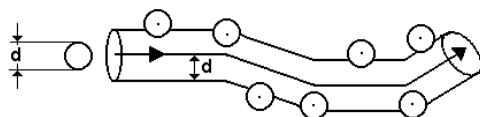


Еркін жүру жолының ұзындығы үнемі өзгеріп отырады. Бірақ молекулалар саны орасан зор және олар бейберекет қозғалыста болғандықтан молекулаланың **еркін жүру жолының  $\langle \lambda \rangle$  орташа ұзындығы** туралы айтады.

$\langle \lambda \rangle$  - ны анықтау үшін молекуланың 1с уақыт ішіндегі жүріп өткен барлық жолының сол уақыттағы молекуланың ұшыраған соқтығысуларының орташа  $\langle z \rangle$  санына бөлу керек:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle}$$

$\langle z \rangle$ -і анықтау үшін молекуланы диаметрі  $d$  шарик деп алып, ал басқа молекулалар қозғалмайды деп есептейік.



Сонда 1с уақыттағы молекулалар соқтығысуларының орташа  $\langle z \rangle$  саны сынық цилиндрдің  $V$  көлеміндегі  $N$  молекулалар санына тең. Сынық цилиндрдің көлемін биіктігі  $\langle v \rangle$  және табанының ауданы  $\pi d^2$  түзетілген цилиндрдің көлеміне тең деп алуға болады.

$$\langle z \rangle = N = nV = n\pi d^2 \langle v \rangle.$$

Егер басқа молекулалардың қозғалысын ескерсек, онда дәлме-дәл теориялық есептеулер бойынша:  $\langle z \rangle = \sqrt{2} n \pi d^2 \langle v \rangle$  Сонда еркін жүру жолының орташа ұзындығы мынаған тең:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} n \pi d^2}.$$

Еркін жүру жолының ұзындығы қысымға кері пропорционал, себебі:

$$n = \frac{p}{kT}.$$

яғни, қысым төмендеген сайын  $\langle \lambda \rangle$  артады. Кейбір қысымда еркін жүру жолының ұзындығы газ орналасқан ыдыстың өлшеміне тең боладыда, одан ары өспейді. Осы кездегі газдың күйін **вакуум** деп атайды.

Ыдыстың  $d$  өлшемімен еркін жүру жолының  $\langle \lambda \rangle$  ұзындығының ара қатысына байланысты вакуумның мына түрлерін ажыратады:

- 1) орта вакуум  $\langle \lambda \rangle \leq d$
- 2) жоғары вакуум  $\langle \lambda \rangle > d$
- 3) аса жоғары вакуум  $\langle \lambda \rangle \gg d$

Қазіргі кезде алынатын ең жоғары вакуум  $\approx 10^{-14}$  мм. сын. бағ.

## 8.5 Тасымалдау құбылыстарының жалпы теңдеуі

Егер термодинамикалық жүйе тепе-теңдік күйде болмаса, жүйеде **тасымалдау құбылыстары** деп аталатын қайтымсыз ерекше процестер жүреді. Олардың нәтижесінде массаның, импульстің және энергияның кеңістіктегі тасымалдануы жүреді.

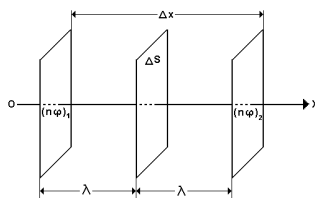
Тасымалдау құбылыстарына **диффузия** (массаның тасымалдануы), **ішкі үйкеліс** ( импульстің тасымалдануы) және **жылу өткізгіштік** ( энергияның тасымалдануы) жатады.

Тасымалдау құбылыстарының жалпы теңдеуі молекула-кинетикалық теория негізінде алынады.

Егер тасымалдау тек  $X$  - осі бойымен өтетін болса, онда

$$\Delta(N\varphi) = -\frac{1}{3}\langle\lambda\rangle\langle v\rangle\frac{\Delta(n\varphi)}{\Delta x}\Delta S\Delta t,$$

мұндағы  $\varphi$  - газдың тасымалданатын физикалық сипаттамасы,  $N$  - тасымалдану кезінде  $\Delta t$  уақыт ішіндегі  $x$  - осі бағытына перпендикуляр орналасқан  $\Delta S$  аудан арқылы өтетін молекулалар саны,  $\frac{\Delta(n\varphi)}{\Delta x}$  қатынасы  $n\varphi$  - шамасының градиенті



Бұл жағдайдағы тасымалданатын шама – молекула массасы  $\varphi = m_0$ . Олай болса

$$n\varphi = nm_0 = \rho,$$

ал

$$\Delta(N\varphi) = \Delta(Nm_0) = \Delta M.$$

Сонда

$$\Delta M = -\frac{1}{3}\langle\lambda\rangle\langle v\rangle\frac{\Delta\rho}{\Delta x}\Delta S\Delta t.$$

$\frac{1}{3}\langle\lambda\rangle\langle v\rangle = D$ ,  $\frac{m^2}{c}$  деп **диффузия коэффициентін** белгілесек,

$$\Delta M = -D\frac{\Delta\rho}{\Delta x}\Delta S\Delta t,$$

диффузия тендеуін немесе **Фик заңын** аламыз.

Диффузия коэффициенті  $D$  газ қысымына кері пропорционал (себебі  $\langle\lambda\rangle \sim 1/p$ ) және температураның квадрат түбіріне тура пропорционал (себебі  $\langle v\rangle \sim \sqrt{T}$ )

### Ішкі үйкеліс

Бұл жағдайдағы тасымалданатын шама – молекула импульсы  $\varphi = m_0u$ . Мұндағы  $u$  - газ қабатының жылдамдығы. Олай болса

$$\Delta(n\varphi) = \Delta(nm_0u) = nm_0\Delta u,$$

ал

$$\Delta(N\varphi) = \Delta(Nm_0u) = \Delta K,$$

мұндағы  $\Delta K = F\Delta t$  - шекаралық  $\Delta S$  аудандағы  $\Delta t$  уақыт ішіндегі газ қабаттары импульстерінің өзгерісі. Сонда



$$F\Delta t = -\frac{1}{3}\langle\lambda\rangle\langle v\rangle nm_0 \frac{\Delta u}{\Delta x} \Delta S \Delta t .$$

$\frac{1}{3}\langle\lambda\rangle\langle v\rangle\rho = \eta$ , Па·с деп **ішкі үйкеліс коэффициентін** белгілесек,

$$F = -\eta_0 \frac{\Delta u}{\Delta x} \Delta S$$

ішкі үйкеліс теңдеуін немесе **Ньютон заңын** аламыз.

Ішкі үйкеліс коэффициенті қысымға тәуелсіз (себебі  $\langle\lambda\rangle \sim 1/p$ , ал  $\rho \sim p$ ) және температураның квадрат түбіріне тура пропорционал. Бірақ вакуум үшін  $\langle\lambda\rangle$  қысымға тәуелсіз, сондықтан  $\eta \sim p$ .

Бұл жағдайдағы тасымалданатын шама – молекуланың энергиясы

$$\varphi = \frac{i}{2}kT \quad \text{Олай болса } \Delta(n\varphi) = \Delta\left(n\frac{i}{2}kT\right) = n\frac{i}{2}k\Delta T ,$$

ал 
$$\Delta(N\varphi) = \Delta\left(N\frac{i}{2}kT\right) = \Delta Q ,$$

мұндағы  $\Delta Q$  - температураның кему бағытына перпендикуляр орналасқан  $\Delta S$  аудан арқылы  $\Delta t$  уақыт ішінде тасымалданатын жылу мөлшері.

Сонда 
$$\Delta Q = -\frac{1}{3}\langle\lambda\rangle\langle v\rangle\rho c_V \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \Delta t \quad \frac{1}{3}\langle\lambda\rangle\langle v\rangle\rho c_V = \kappa , \frac{\text{Дж}}{\text{м}\cdot\text{с}\cdot\text{К}}$$

деп **жылу өткізгіштік коэффициентін** белгілесек,

$$\Delta Q = -\kappa \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \Delta t$$

жылу өткізгіштік теңдеуін немесе **Фурье заңын** аламыз.

Жылу өткізгіштік коэффициенті қысымға тәуелсіз, себебі  $\langle\lambda\rangle \sim 1/p$ , ал  $\rho \sim p$ . Бірақ вакуум үшін  $\langle\lambda\rangle$  қысымға тәуелсіз, сондықтан  $\kappa \sim p$ . Сиретілген газ үшін жылу өткізгіштік коэффициентінің қысымға тәуелділігі Дьюар ыдысында (термос) пайдаланылады.

Тасымалдау коэффициенттерінің арасында мына байланыстар бар

$$\frac{\eta}{D} = \rho , \quad \frac{\kappa}{\eta} = c_V .$$

## 9 лекция. ТЕРМОДИНАМИКА НҮГІЗДЕРІ

Идеал газдың молекулалық – кинетикалық теориясының (МКТ) негізгі теңдеуінің екі жағын да мольдік көлемге көбейтейік

$$pV_M = \frac{2}{3} n V_M \langle \varepsilon_i \rangle = \frac{2}{3} N_A \langle \varepsilon_i \rangle$$

Менделеев-Клапейрон теңдеуінен шығатыны

$$pV_M = RT .$$

Теңдеулердің оң жақтарын теңестіре отырып, алатынымыз

$$\langle \varepsilon_i \rangle = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T$$

Жаңа тұрақтыны (**Больцман тұрақтысы**) енгізейік

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} , \text{ сонда } , \quad \langle \varepsilon_i \rangle = \frac{3}{2} kT$$

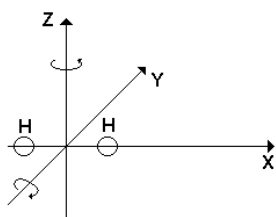
және

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_i \rangle = \frac{2}{3} n \frac{3}{2} kT = nkT$$

Қыздырылған және суытылған газ барлық басқа денелер сияқты өзінің температурасымен сипатталады. Сондықтан температура мен молекулалардың орташа кинетикалық энергиясының арасында байланыс бар деп айта аламыз. Ондай байланыс теңдеуі жоғарыда алынған.

$$\langle E_i \rangle = \frac{3}{2} kT$$

Температураны тек жанама әдіспен ғана өлшеуге болады. Бұл әдіс тікелей және жанама өлшеулерге бағынатын дененің бірқатар физикалық қасиеттерінің температурадан тәуелділігіне негізделген. Мысалы, дененің температурасы өзгерген кезде оның ұзындығы, көлемі, тығыздығы, электр кедергісі, серпімділік қасиеттері қоса өзгереді. Оларды **термометрлік шама** деп атайды. Осы қасиеттердің кез-келгенінің өзгерісі температураны өлшеуге негіз болып табылады. Ол үшін **термометрлік дене** деп аталатын бір дене үшін берілген қасиеттің температурадан функционалды тәуелділігі белгілі болса жеткілікті. Термометрлік денелердің көмегімен құрылатын температуралық шкалаларды **эмпирикалық** деп атайды.



**Халықаралық жүзградустік шкалада** температура °С-пен (**Цельсия градусы**) өлшенеді және t-мен

белгіленеді. Қалыпты қысымда ( $1,01325 \cdot 10^5$  Па) мұздың еруі мен судың қайнау температуралары  $0^\circ\text{C}$  пен  $100^\circ\text{C}$  – қа тең деп есептелінеді.

**Температураның термодинамикалық шкаласында** температура Кельвинмен (К) өлшенеді және  $T$  – мен белгіленеді.

**Абсолют температура**  $T$  мен жүзградустік шкала бойынша температураның арасындағы байланыс:  $T=273,15+ t$ .

$T=0$  ( $t=-273,15^\circ\text{C}$ ) **температураның абсолют нөлі** деп аталынады..

Механикалық жүйенің  $i$  **еркіндік дәрежелерінің саны** деп оның кеңістіктегі орны мен конфигурациясын анықтайтын тәуелсіз координаталардың санын айтады.

Бір атомды молекула үшін  $i=3$  , екі атомды молекула үшін  $i=5$  , (3-ілгерілемелі, 2-айналмалы), үш атомды молекула үшін  $i=6$  (3-ілгерілемелі, 3—айналмалы)

**Больцманның энергияның еркіндік дәрежелер бойынша тең таралу заңы:** егер термодинамикалық жүйе  $T$  температурада жылулық тепе-теңдікте тұратын болса, онда ілгерілемелі және айналмалы еркіндік дәрежелерінің әрқай-сысына орташа алғанда бірдей кинетикалық энергия келеді,

$$\langle \varepsilon_i \rangle = \frac{1}{2} kT .$$

Сонымен, молекулалардың орташа кинетикалық энергиясы мынаған тең болу керек

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT ,$$

бұл жерде  $i$  жалпы жағдайда ілгерілемелі, айналмалы және екі еселенген тербелмелі еркіндік дәрежелер сандарының қосындысы :

$$i = i_i + i_{\text{айн}} + 2i_{\text{тер}}$$

Дененің **ішкі энергиясы** – бұл молекулалардың жылулық қозғалысының кинетикалық энергиясы мен олардың өзара әсерлесуінің потенциалдық энергиясының жиынтығы.

Идеал газдың бір моль мөлшері үшін оның ішкі энергиясы:

$$U_M = N_A \langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} k N_A T = \frac{i}{2} RT ,$$

ал газдың кез-келген массасы үшін

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT .$$

Механикалық қозғалыстың энергиясы жылулық қозғалыстың энергиясына ауыса алады және керісінше. Осындай ауысу кезінде энергияның сақталу және түрлендірілу заңы орындалады. Термодинамикалық процестерге қатысты бұл заң **термодинамиканың бірінші бастамасы** болып табылады.

Ішкі энергиясы  $U_1$  -ге тең кейбір жүйе (поршень астындағы цилиндрдегі газ) сырттан  $Q$  жылу мөлшерін алып, сыртқы күштерге қарсы  $A$  жұмыс атқарсын. Сонда жүйе ішкі энергиясы  $U_2$  -ге тең жаңа күйге ауысады.

Егер жылу жүйеге берілсе  $Q$  оң болып саналады, ал жұмыс  $A$  оң болу үшін ол сыртқы күштерге қарсы орындалу қажет.

Жүйе бірінші күйден екіншіге кез келген тәсілмен ауысқанда энергияның сақталу заңына сәйкес ішкі энергияның  $\Delta U = U_2 - U_1$  өзгерісі бірдей болады да мынаған тең:

$$\Delta U = Q - A, \text{ немесе } Q = \Delta U + A$$

Жүйеге берілген жылу мөлшері оның ішкі энергиясын өзгертуге және жүйенің сыртқы күштермен жұмыс істеуіне жұмсалады.

Термодинамиканың бірінші заңының дифференциалды түрі:

$$\delta Q = dU + \delta A,$$

мұндағы  $dU$  - толық дифференциал, ал  $\delta A$  және  $\delta Q$  толық дифференциал емес.

**Күй функциясы** дегеніміз жүйе бір күйден екіншіге ауысқанда өзгерісі осы ауысуға сәйкес келетін термодинамикалық процестің түріне тәуелсіз болатын және бастапқы күймен соңғы күйдің параметрлерінің мәндерімен толық анықталатын жүйенің физикалық сипаттамасы. Күй функциясына ішкі энергия жатады.

Жүйенің істейтін жұмысы және оның алған жылу мөлшері жүйенің бір күйден екінші күйге ауысу жолына тәуелді, сондықтан олар **процесс функциясына** жатады. Осыған байланысты, жүйенің әр түрлі күйдегі ие болатын жұмысы немесе жылу қоры туралы айтудың мағынасы жоқ. Мысалы,

$$\int_1^2 \delta A \neq A_2 - A_1, \quad \int_1^2 \delta Q \neq Q_2 - Q_1, \quad \int_1^2 dU = U_2 - U_1$$

Егер жүйе бастапқы күйге қайтып оралатын болса, оның ішкі энергиясының өзгерісі  $\Delta U = U_1 - U_1 = 0$ . Сонда  $A = Q$ .

## 9.2 Термодинамикадағы жұмыс.

$$\delta A = Fdl = pSdl = pdV$$

$$\delta A = pdV$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV$$

**Жұмыстың геометриялық мағынасы:** газдың  $V_1$  көлемнен  $V_2$  көлемге дейін ұлғаю кезінде атқаратын жұмысы  $V$  өсі,  $p = f(V)$  қисығы және

$V_1, V_2$  көлемдерге сәйкес келетін түзулермен шектелген аудан арқылы анықталады

### Изопроцестер.

Термодинамиканың бірінші бастамасын изопроцестерге қолдану.  
Адиабаталық процесс

1. Изотермиялық процесс

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

2. Изобарлық процесс

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1)$$

3. Изохорлық процесс  $\delta A = p dV = 0$

4. Адиабаталық процесс

Жылудан оқшауланған жүйедегі процесс **адиабаталық** деп аталады. Адиабаталық процестің теңдеуін алу үшін алдымен газдың жылу сыйымдылығын қарастырайық.

### 9.3 Газдың жылу сыйымдылығы

Дененің температурасын 1К-ге арттыру үшін оған келтірілген жылу мөлшеріне тең шаманы дененің **жылу сыйымдылығы** деп атайды.

**Меншікті жылу сыйымдылық** – бұл 1кг заттың жылу сыйымдылығы.

$$c = \frac{\delta Q}{m dT}, \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

**Молдік жылу сыйымдылық** – бұл 1 моль заттың жылу сыйымдылығы.

$$C = c \cdot M = \frac{M \delta Q}{m dT}, \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

Газды тұрақты көлемде немесе тұрақты қысымда қыздыруға болады. Соған сәйкес газдың екі жылу сыйымдылығы болады:  $C_V$  и  $C_p$ .

$$C_V = \left( \frac{\delta Q}{dT} \right)_V = \frac{dU}{dT} = \frac{\frac{i}{2} R dT}{dT} = \frac{i}{2} R,$$

$$C_p = \left( \frac{\delta Q}{dT} \right)_p = \frac{dU + \delta A}{dT} = \frac{i}{2} R + \frac{pdV}{dT} = \frac{i}{2} R + R$$

$$C_p = C_v + R .$$

Бұл өрнекті **Майер формуласы** деп атайды.

Жылу сыйымдылықтардың қатынасы **адиабата көрсеткіші** деп аталады:

$$\frac{C_p}{C_v} = \gamma = \frac{i + 2}{i} = 1 + \frac{2}{i} .$$

Адиабаталық процесте

$$\delta A = -dU , \quad pdV = -\frac{m}{M} C_v dT .$$

Менделеев-Клапейрон теңдеуін дифференциалдасак

$$pdV + Vdp = \frac{m}{M} R dT .$$

Соңғы екі теңдеуден мынаны аламыз:

$$\frac{pdV + Vdp}{pdV} = -\frac{R}{C_v} = -\frac{C_p - C_v}{C_v} .$$

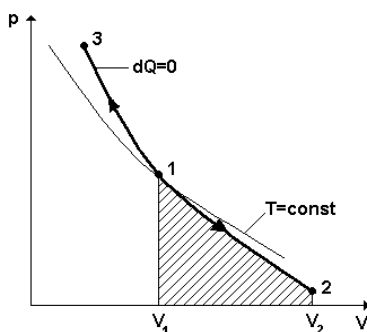
$\frac{C_p}{C_v} = \gamma$  екенін ескеріп және айнымалыларды жекелесек

$$\frac{dp}{p} = -\gamma \frac{dV}{V} \quad \text{Интегралдағаннан кейін} \quad \frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma \quad \text{немесе} \quad p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$$

1 және 2 күйлер өз қалауымызша алынғандықтан,

$$p V^\gamma = const$$

Бұл өрнекті **Пуассон теңдеуі** деп атайды.



Егер жүйенің күйін анықтайтын макроскопиялық параметрлер (қысым, температура) тұрақты болып қалса, жүйе **термодинамикалық тепе-теңдік күйде** болады. Тепе-теңдік күйдегі жүйеде жылу өткізгіштік, диффузия, химиялық реакциялар, фазалық ауысулар жүре алмайды.

Егер термодинамикалық процесс алдымен түзу бағытта, сонан соң кері бағытта өтіп жүйе бастапқы күйіне қайтып оралғанда, не қоршаған ортада, не жүйенің өзінде ешқандай өзгеріс болмаса, ондай процесс **қайтымды** деп аталады.

Бұл шартқа бағынбайтын процесті **қайтымсыз** деп атайды.

Қайтымды процестер – нақты процестердің идеалдық түрі. Оларды қарастырудың екі себебі бар: 1) табиғаттағы немесе техникадағы процестерді шын мәнінде қайтымды деп есептеуге болады; 2) қайтымды процестер ең үнемді болып табылады

#### 9.4 Энтропия. Жылулық қозғалтқыштар.

Процестің шексіз кішкентай бөлігіндегі денеге берілетін келтірілген жылу мөлшері  $\frac{\delta Q}{T}$ -ға тең.

Кез келген қайтымды дөңгелек процесс кезінде денеге берілетін келтірілген жылу мөлшері нөлге тең

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

Интегралдың нөлге тең болуы кейбір  $\frac{\delta Q}{T}$  функцияның толық дифференциал екенін көрсетеді. Яғни сол функция тек жүйенің күйімен ғана анықталадыда жүйе сол күйге келген жолға тәуелсіз болады.

$$\frac{\delta Q}{T} = dS,$$

мұндағы  $S$  күй функциясы **энтропия** деп аталады.

Қайтымды процестер үшін энтропияның өзгерісі:

$$\Delta S = 0.$$

Қайтымсыз процестер үшін жүйенің энтропиясы өсіп отырады:

$$\Delta S > 0.$$

Бұл өрнектер тек тұйық жүйелер үшін орындалады. Жүйе сыртқы ортамен жылу алмасатын болса, онда оның энтропиясы кез келген жолмен өзгереді.

**Клаузиус теңсіздігі:** тұйық жүйенің энтропиясы немесе өседі (қайтымсыз процестер үшін), немесе тұрақты болып қалады (қайтымды процестер үшін).

$$\Delta S \geq 0.$$

Егер жүйе 1-ші күйден 2-ші күйге қайтымды процесс жасай ауысатын болса, онда энтропияның өзгерісі:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{dU + \delta A}{T}.$$

Бұл формула көмегімен энтропияны аддитивті тұрақтыға дейінгі дәлдікпен анықтауға болады. Энтропияның өзінің физикалық мағынасы жоқ, физикалық мағына тек энтропияның айырмасында болады.

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \frac{m}{M} \left( C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right).$$

Изотермиялық процесте:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Изохорлық процесте:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = \frac{m}{M} C_V \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Энтропия аддитивтік қасиетке ие болады: жүйенің энтропиясы, жүйеге кіретін денелер энтропияларының қосындысына тең.

Энтропия жүйе күйінің термодинамикалық ықтималдылығымен байланысқан.

Жүйе күйінің термодинамикалық  $W$  ықтималдылығы деп берілген макрокүйді жүзеге асыратын микрокүйлердің санын атайды.

$$W \geq 1.$$

Больцман теңдеуіне сәйкес:

$$S = k \ln W$$

Энтропия жүйенің ретсіздінің өлшемі.

### Термодинамиканың екінші бастамасының кейбір тұжырымдамалары

1. Тұйық жүйелерде өтетін қайтымсыз процестерде жүйенің энтропиясы ұлғаяды. 2. Нәтижесі тек қыздырғыштан алынған жылуды оған эквивалентті жұмысқа түрлендіруде ғана болатын дөңгелек процестің өтуі мүмкін емес (Кельвин).

3. Нәтижесі тек салқын денеден ыстық денеге жылудың берілуінде ғана болатын процестің өтуі мүмкін емес (Клаузиус).

### Термодинамиканың үшінші бастамасы (Нернст теоремасы):

Температура нөлге ұмытылғанда барлық денелердің энтропиясыда нөлге ұмытылады:

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0$$

## 9.5 Жылу және суытқыш машиналар

Жылуды механикалық жұмысқа айналдыру үшін оны ұлғая алатын денеге беру керек. Сонда жұмыс мынаған тең болады:

$$dA = \delta Q - dU$$

Ең үлкен жұмыс изотермиялық процесте алынады, себебі ішкі энергия өзгермейді:

$$dA = \delta Q$$

Бірақ техникада жылудың механикалық жұмысқа түрленуінің осы сияқты бірлік процесі қызығушылық тудырмайды. Жылуды жұмысқа түрлендіретін

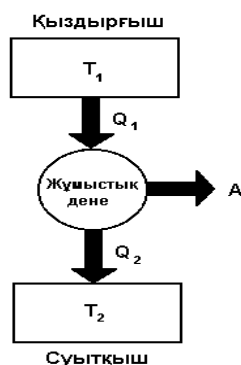
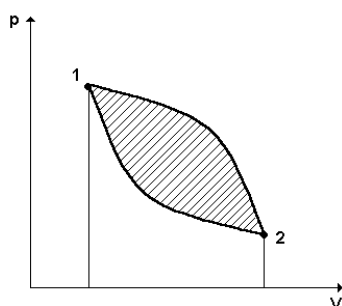


нақты құрылғылар (бу машинасы, іштен жану двигательдер және т.с.с.) циклды түрде жұмыс істейді, яғни оларда болатын процестер периодты қайталанып отырады. Басқаша айтқанда, жүйе **дөңгелек** процесс жасауға тиісті. (сурет). Цикл ішіндегі атқарылатын жұмыс тұйық қисықпен шектелген ауданға тең.

**Кельвин принципі:** кейбір денеден тартып алынған жылуды механикалық жұмысқа түрлендіретін және сол кезде басқа денелерде ешқандай өзгерістерді тудырмайтын циклдық процесті жүргізу мүмкін емес.

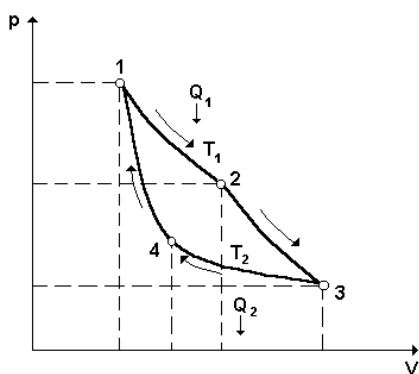
Сөйтіп, жылу двигателі жұмыс істеу үшін суытқыш қажет (үшінші дене). Энергияның сақталу заңына сәйкес двигательдің атқаратын жұмысы мынаған тең:

$$A = Q_1 - Q_2$$



Двигательдің атқаратын  $A$  жұмысының, қыздырғыштан алатын  $Q_1$  (сурет) жылу мөлшеріне қатынасын жылу двигателінің **пайдалы әсер коэффициенті** (ПӘК) деп атайды:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$



Двигательдің атқаратын жұмысы мейлінше жоғары болу үшін **Карно циклын** (сурет) пайдалану керек.

$$A_{12} = \frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = Q_1,$$

$$A_{23} = -\frac{m}{M} C_V (T_2 - T_1),$$

$$A_{34} = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = -Q_2,$$

$$A_{41} = -\frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = -A_{23}$$

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = Q_1 + A_{23} - Q_2 - A_{23} = Q_1 - Q_2.$$

Адиабаталық процестер үшін мынаны жазуға болады:

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}, \quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1},$$

немесе

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}.$$

Сонда ПӘК былайша табылады:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{m}{M} R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{M} R T_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{\frac{m}{M} R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

### Карно теоремалары:

1. Суытқыш пен қыздырғыштың берілген температурасында жұмыс істейтін жылулық машинаның ПӘК-і суытқышпен қыздырғыштың сол температурасындағы қайтымды Карно циклы бойынша жұмыс істейтін машинаның ПӘК-нен жоғары бола алмайды.

Карно циклының ПӘК-і жұмыстық дененің тегіне тәуелсіз.

## 10 лекция НАҚТЫ ГАЗДАР

Егер газ идеалдық шарттарға бағынбаса оны **нақты газ** деп атайды. Нақты газдың күй теңдеуін алу үшін Голландия физигі **Ван-дер-Ваальс** Менделеев-Клапейрон теңдеуіне молекула өлшемдері мен олардың өзара тартылу күштерін ескеретін түзетулерді енгізді.

### 1. Молекулалардың меншікті көлемін ескеру

Бір моль идеал газ үшін жазылған  $pV_M = RT$  Менделеев-Клапейрон теңдеуіндегі  $V_M$  қозғалыстағы молекулаға берілген ыдыс көлемі. Нақты газ үшін осы көлемнің кейбір  $b$  бөлігін молекулалардың өздері алады. Сондықтан нақты газ молекулаларына шын мәнінде берілген көлем  $V_M$ -дан кем және  $V_M - b$ -ға тең. Сонда

$$p(V_M - b) = RT$$

Теориялық есептеулерге сәйкес бір моль газ молекулаларының өздері алып жатқан  $b$  көлемі жуықтап алғанда сол молекулалардың төрт еселенген меншікті көлеміне тең:

$$b \approx 4\gamma N_A$$

### 2. Молекулалардың өзара тартылуын ескеру

Менделеев-Клапейрон теңдеуіндегі ыдыс қабырғаларының газға келтірілген  $p$  қысымы сыртқы қысым болып табылады. Нақты газ молекулаларының өзара тартылу күштерінің әсері газдың қосымша сығылуына әкеледі, яғни қосымша  $p'$  ішкі қысымды туғызады. Сондықтан реал газдың шын мәніндегі қысымы  $p$ -дан жоғары және  $p + p'$ -ға тең. Сонда

$$(p + p')(V_M - b) = RT$$

$p' \sim \rho^2$ , ал газдың  $\rho$  тығыздығы  $V$  көлемге кері пропорционал, сондықтан

$$p' = \frac{a}{V_M^2}$$

Олай болса бір моль газ үшін Ван-дер-Ваальс теңдеуі:

$$\left( p + \frac{a}{V_M^2} \right) (V_M - b) = RT.$$

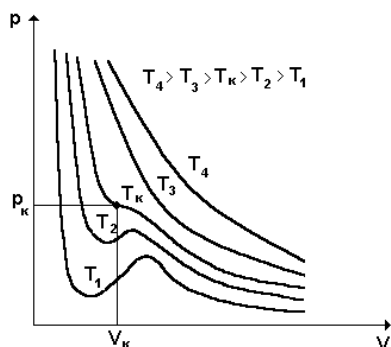
Газдың кез келген  $m$  массасы үшін Ван-дер-Ваальс теңдеуі:

$$\left( p + \frac{m^2}{M^2} \frac{a}{V_M^2} \right) \left( V_M - \frac{m}{M} b \right) = \frac{m}{M} RT.$$

Теңдеудегі  $a$  және  $b$  - әр газ үшін тұрақты шамалар. Оларды тәжірибе жүзінде анықтауға болады.

### Ван-дер-Ваальс изотермалары.

Ван-дер-Ваальс теңдеуін  $V_M$  -ға қатысты жазайықта оның  $pV$ -координатадағы графиктерін әр түрлі температура үшін тұрғызайық. (сурет)



$$pV_M^3 - (pb + RT)V_M^2 + aV_M - ab = 0$$

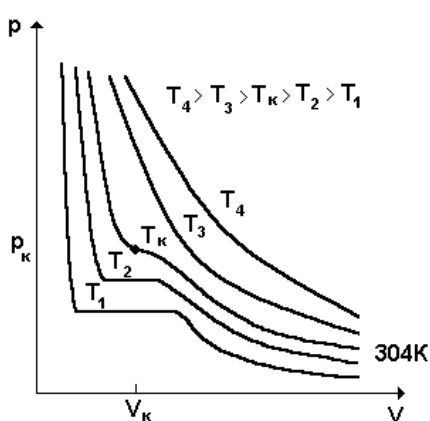
### Эндрюс тәжірибесі

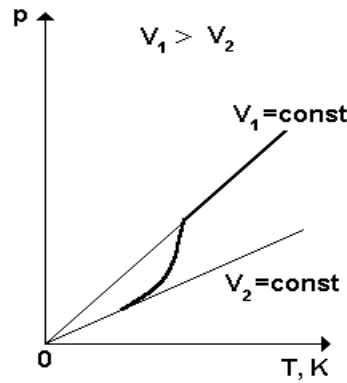
Ван-дер-Ваальс изотермалары тәртібінің физикалық мағынасын анықтау үшін ағылшын химигі Эндрюстің 1869ж. қойған тәжірибесінің нәтижелерін пайдаланған жөн. Эндрюс көмірқышқыл газдың изотермаларын зерттеген. Тәжірибелік изотермалардың горизонталь аймақтары тұрақты қысымда өтетін газдың сұйық күйге айналу кезеңіне сәйкес келеді. Басқаша айтқанда, осы аймақта екі фаза - сұйық және газ - бірдей тіршілік етеді.

Өз сұйығымен динамикалық тепе-теңдікте болатын бу қаныққан бу деп аталады.

Қысымның сол жағдайдағы мәні қаныққан бу қысымы деп аталады.

Қаныққан бу қысымы көлемге тәуелсіз. Қаныққан бу қысымының температураға тәуелділігі төмендегі суретте көрсетілген





Ауадағы су буының мөлшері **ауаның ылғалдылығы** деп аталады.

**Ауаның абсолют ылғалдылығы** дегеніміз ауа құрамындағы су буының парциал қысымы (Па).

Берілген температурада ауа құрамындағы су буының  $p_{H_2O}$  парциал қысымының, сол температурадағы қаныққан будың  $p_0$  қысымына, пайызбен өрнектеліп алынған қатынасы, **ауаның салыстырмалы ылғалдылығы** деп аталады:

$$\varphi = \frac{p_{H_2O}}{p_0} \cdot 100\%$$

### Кризистік параметрлер

Берілген газ үшін кейбір  $T_k$  температурадан жоғары температурадағы газды сығу арқылы сұйыққа айналдыру мүмкін емес. Сол температураны **кризистік температура** деп атайды. Сонда бұл дегеніміз кризистік температурадан төмен температурадағы газ.

Кризистік температурадағы нақты газдың изотермасындағы К бүгілу нүктесіне сәйкес келетін көлеммен қысымды  $V_k$  кризистік көлем және  $p_k$  кризистік қысым деп атайды.

Газдың кризистік параметрлері  $a$  және  $b$  түзетулерімен байланысқан:

$$T_k = \frac{8a}{27bR}, \quad V_k = 3b, \quad p_k = \frac{a}{27b^2}.$$

### Нақты газдың ішкі энергиясы. Джоуль-Томсон эффектісі.

Нақты газдың ішкі энергиясы оны құрайтын молекулалар қозғалысының кинетикалық энергиясымен олардың өзара әсерлесуінің потенциалдық энергиясының қосындысы болып табылады:

$$U = E_k + E_n$$

Молекулалардың өзара әсерлесуінің  $E_n$  потенциалдық энергиясы

олардың арақашықтығына тәуелді, сондықтан  $E_n$  көлемге тәуелді болуға тиісті. Сыртқы ортамен энергияның алмасуы болмаса, көлемі өзгергенде газдың ішкі энергиясының  $U$  қоры тұрақты болып қалады. Олай болса

$$\Delta E_n = -\Delta E_k$$

яғни, нақты газдың көлемі өзгергенде потенциалдық энергияның өзгерісі салдарынан молекулалар қозғалысының кинетикалық энергиясыда өзгереді.

$E_k = C_V T$  теңдігі нақты газ үшін орындалады, себебі  $C_V$  оның молекулалар қозғалысының кинетикалық энергиясымен ғана анықталады. Сонда

$$\Delta E_n = -C_V \cdot \Delta T$$

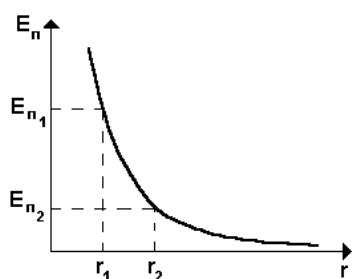
Сыртқы денелермен жұмыс атқарылмаса және олармен жылу алмасуы болмаса, көлемі өзгергенде нақты газдың температурасы өзгереді.

Тек нақты газдарда болатын бұл құбылысты **Джоуль-Томсон эффектісі** дейді. Егер ұлғаю кезінде газдың температурасы төмендесе, Джоуль-Томсон эффектісін оң дейді, ал егер газдың температурасы жоғарласа – теріс дейді.

Джоуль-Томсон эффектісінің таңбасы  $a$  және  $b$  түзетулерінің қайсысы үлкенірек роль атқаратынына байланысты.

Екі жағдайды жеке алып қарастырайық:

1. Ван-дер-Ваальс теңдеуіндегі  $a$  түзетуді елемеуге болады,
2. Ван-дер-Ваальс теңдеуіндегі  $b$  түзетуді елемеуге болады.

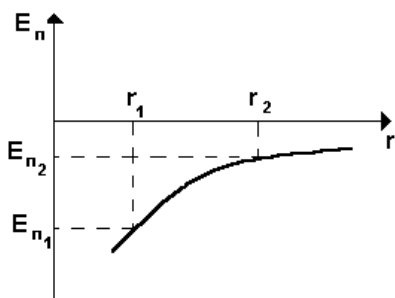


Бірінші жағдайда тек тартылу күштері есепке алынады. Сонда

$$\Delta E_n = E_{n_2} - E_{n_1} < 0$$

Олай болса

$$\Delta T > 0$$



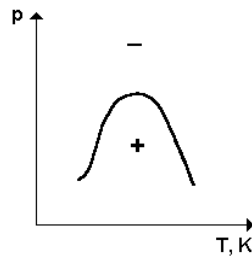
Екінші жағдайда тек тартылу күштері есепке алынады

$$\text{Сонда } \Delta E_n = E_{n_2} - E_{n_1} > 0$$

Олай болса  $\Delta T < 0$

Температурамен қысымға байланысты берілген бір газ үшін немесе  $a$ , немесе  $b$  түзетуінің ролі үлкенірек болады. Қысыммен температураның кейбір мәндерінде  $a$  және  $b$  түзетулерінің ролдері бірдей болады. Бұл

жағдайда Джоуль-Томсон эффектісі нөлге тең. Нақты газдың осы күйін **инверсия нүктесі** деп атайды. Инверсия нүктелерінің жиынтығы инверсия қисығын түзейді.

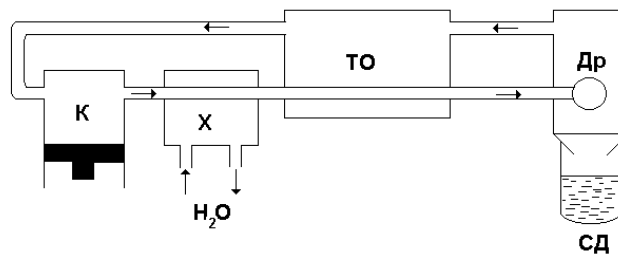


### Газдарды сұйылту

Газдарды сұйылту үшін төмендегі әдістер пайдаланылады:

1. Джоуль-Томсон эффектісі.
2. Газдың сыртқы күштерге қарсы жұмыс атқаруы.
3. Сұйықтарды буландыру

Джоуль-Томсон эффектісі арқылы газды суыту алғаш рет Линде машинасында жүзеге асырылды.



Суретте К – компрессор, Х – суытқыш, ТО – жылу алмастыратын камера, Др – дроссель, СД – Дьюар ыдысы (термос).

## 11 лекция ЭЛЕКТРОСТАТИКА

### 11.1 Электростатика. Электростатикалық өрістің кернеулігі мен потенциалы.

Табиғатта электр зарядының екі ғана түрі бар: оң (теріге ысқыланған шыныдағы) және теріс таңбалы (жүнге ысқыланған эбониттегі). Электр заряды дискретті, яғни кез-келген денедегі заряд  $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$  Кл элементар электр зарядының бүтін еселігі болып табылады:

$$q = Ne,$$

мұндағы  $N$  – бүтін сан.

Оң және теріс элементар зарядын тасушы элементар бөлшектер – **протон** ( $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$  кг) және **электрон** ( $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$  кг).

Әр түрлі таңбалы зарядтар бір-бірін жойады. Зарядталудың кез келген процесі зарядтың ажырауы арқылы жүзеге асады. Соның нәтижесінде

денелердің біреуінде (дененің бір бөлігінде) артық оң заряд, ал екіншісінде (дененің басқа бөлігінде) – артық теріс заряд пайда болады.

**Зарядтың сақталу заңы:** тұйық жүйедегі электр зарядтарының алгебралық қосындысы өзгермейді.

Электр заряды – релятивистік-инвариантты шама.

**Нүктелік заряд** деп әрекеттесетін басқа зарядталған денеге дейінгі ара қашықтықпен салыстырғанда өлшемдері әлде-қайда кіші болатын зарядталған денені атайды.

**Кулон заңы:** екі тыныштық күйдегі нүктелік зарядтың  $F$  өзара әсерлесу күші зарядтардың  $q_1$  және  $q_2$  шамаларының көбейтіндісіне тура пропорционал және олардың  $r$  ара қашықтығының квадратына кері пропорционал:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

Күш өзара әрекеттесетін зарядтарды жалғайтын түзудің бойымен бағытталады.

**Кулон заңының векторлық түрі:**

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r},$$

мұндағы  $\vec{F}_{12}$  -  $q_1$  зарядтың  $q_2$  зарядқа әсер етуші күші,  $\vec{r}_{12}$  -  $q_1$  зарядты  $q_2$  зарядпен жалғайтын радиус-вектор.

СИ бірліктер жүйесінде пропорционалдық коэффициент  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ ,

мұндағы  $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м – электр тұрақтысы. Сонда

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

**Жақыннан әсер етуші теорияға** сәйкес окшауланған денелердің арасындағы күштік өзара әсерлесулер денелерді қоршайтын кейбір ортаның бар болуы арқасында ғана таралады. Күштік өзара әсерлесулер сол ортаның бір бөлігінен екіншісіне бірте-бірте шектелген жылдамдықпен таралады. Тыныштық күйдегі зарядтардың арасындағы әсер етуші күштердің пайда болуын және берілуін түсіндіру үшін электростатикалық өріс ұғымы енгізіледі. **Электростатикалық өріс** тыныштық күйдегі зарядтардың өзара әрекеттесуін қамтамасыз ететін материяның ерекше түрі болып табылады.

**Электростатикалық өрістің негізгі қасиеттері:**

- 1) электростатикалық өріс кез келген электр зарядының айналасында пайда болады,
- 2) сол өрісте орналасқан кез келген басқа зарядқа белгілі күш әсер етеді.

Электростатикалық өрістің күштік сипаттамасы ретінде берілген нүктедегі электр өрісінің кернеулік векторы алынады:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0},$$

мұндағы  $\vec{F}$  - өрістің сол нүктесінде орналасқан сыншы  $q_0$  зарядқа әсер етуші күш.

Вакуумдегі нүктелік заряд өрісінің кернеулігі:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \text{ немесе } E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}.$$

Электр өрісі кернеулігінің өлшем бірлігі – В/м.

**Электр өрістерінің суперпозиция принципі:** зарядтар жүйесінің өріс кернеулігі жүйеге кіретін жеке зарядтардың өріс кернеуліктерінің векторлық қосындысына тең:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i.$$

Егер  $q$  нүктелік зарядтың электростатикалық өрісінде 1-ші нүктеден 2-шіге күштік сызықтың бойымен басқа  $q_0$  нүктелік заряд орын ауыстырса, зарядқа әсер етуші күш жұмыс атқарады.

$d\vec{r}$  элементар орын ауыстыруындағы  $\vec{F}$  күшінің атқаратын жұмысы

$$dA = \vec{F}d\vec{r} = Fdr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} dr.$$

Сонда  $q_0$  зарядты 1-ші нүктеден 2-шіге орын ауыстырғандағы атқарылатын

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2} \right)$$

өріс күштерінің жұмысы жолдың траекториясына тәуелсіз болады да, бастапқы 1 және соңғы 2 нүктелердің орындарымен ғана анықталады.

Бұл қорытынды кез келген электростатикалық өріс үшін орындалады.

Демек, электростатикалық өріс **потенциалды** өріс болып табылады.

Күштің потенциалдық өрісінде орналасқан дене потенциалдық энергияға ие болады да, соның есебінен өріс күштері жұмыс атқарады.

Өріс күштерінің атқаратын жұмысы потенциалдық энергияның кемуіне тең:

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2}.$$

Демек,  $q$  зарядының электр өрісінде орналасқан  $q_0$  зарядының иеленетін потенциалдық энергиясы:

$$W_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r} + const$$



Константаның мәні зарядты шексіздікке алыстатқанда (яғни,  $r = \infty$ ), оның потенциалдық энергиясы нөлге тең болатындай етіп таңдап алынады. Бұл жағдайда

$$W_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r}$$

Өрістің берілген нүктесіндегі **өріс потенциалы** деп аталатын

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0}$$

скалярлық шама,  $\vec{E}$  кернеулік векторымен қоса, электр өрісін сипаттау үшін пайдаланылады. Сонда  $q_0$  зарядты 1-ші нүктеден 2-шіге орын ауыстырғандағы электростатикалық өріс күштерінің атқаратын жұмысын мына түрде жазуға болады

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2} = q_0(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Электростатикалық өрістің 1 және 2 нүктелерінің **потенциалдар айырмасы** бірлік оң зарядты 1-ші нүктеден 2-шіге орын ауыстырғандағы өріс күштерінің атқаратын жұмысына тең:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q_0}$$

Потенциалдың өлшем бірлігі – **вольт (В)**: 1Кл зарядтың 1Дж потенциалдық энергияны иеленетін өріс нүктесінің потенциалы 1В-қа тең деп алынады.

**Зарядтар жүйесінің өріс потенциалы** әр жеке зарядтың туғызатын өріс потенциалдарының алгебралық қосындысына тең:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}$$

Электростатикалық өрісте электр зарядын кез-келген  $L$  тұйық контур бойымен орын ауыстырғандағы атқарылатын жұмыс нөлге тең:

$$\oint_L dA = 0$$

Егер сыншы заряд  $q_0 = +1$  Кл тең болса, онда

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \oint_L E_l dl = 0$$

Электростатикалық өрістің кернеулік векторының кез келген тұйық контур бойымен алынған **циркуляциясы нөлге тең**.

Электростатикалық өріс кернеулігі мен потенциал арасындағы байланыс мына теңдеумен өрнектеледі:

$$\vec{E} = -grad\varphi \text{ немесе } \vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right).$$

Барлық нүктелеріндегі потенциалдың мәндері бірдей беттерді **эквипотенциалды беттер** деп атайды.

Кернеулік сызықтар эквипотенциалды беттерге **үнемі нормаль** бағытталады.

Өріс кернеулігі мен потенциалдың арасындағы байланысты белгілі өріс кернеулігі арқылы өрістің кез келген екі нүктесінің потенциалдар айырмасын анықтау үшін пайдалануға болады.

## 11. 2 Электростатикалық өрістерді есептеу

**Кернеулік сызықтары** деп әр нүктесінде жүргізілген жанамалары өрістің сол нүктесіндегі  $\vec{E}$  кернеулік векторымен бағыттас болатындай етіп жүргізілген сызықтарды атайды. Кернеулік сызықтарын оларға перпендикуляр орналасқан бірлік бет арқылы өтетін сызықтар саны сол жердегі өріс кернеулігінің  $E$  модуліне тең (немесе пропорционал) болатындай қоюлықпен жүргізеді. Электростатикалық өрістің кернеулік сызықтары зарядтан басталып шексіздікке кетеді (оң заряд үшін), немесе, шексіздіктен келіп зарядта аяқталады (теріс заряд үшін).

Егер өрістің кез келген нүктесінде кернеулік векторының модулі және бағыты бірдей болса  $\vec{E} = \overline{const}$ , ондай өріс **біртекті** деп аталады. Біртекті өрістің кернеулік сызықтары біркелкі қоюлықпен жүргізілген өзара параллель сызықтар болып табылады.

Кернеулігі  $\vec{E}$  біртекті электр өрісінде орналасқан  $S$  жазық бет арқылы өтетін **кернеулік векторының ағыны** деп

$$N = ES \cos \alpha = E_n S = \vec{E}\vec{S}$$

скалярлық шаманы атайды. Мұндағы  $\alpha$  - кернеулік  $\vec{E}$  векторымен бетке жүргізілген  $\vec{n}$  нормаль арасындағы бұрыш,  $E_n$  -  $\vec{E}$  векторының  $\vec{n}$  нормальға түсірілген проекциясы.

Біртекті емес өрісте орналасқан кез-келген аудан арқылы өтетін кернеулік векторының ағыны мынаған тең

$$N = \int_S E_n dS = \int_S \vec{E} d\vec{S}$$

Макроскопиялық зарядтарды қарастырғанда олардың дискретті (үздікті) құрылымына көңіл аудармайды да, оларды кеңістіктің әр нүктесінде шектелген тығыздықпен үздіксіз түрде таралады деп есептейді.

**Зарядтың сызықтық тығыздығы** деп дененің бірлік ұзындығына келетін зарядты атайды:

$$\tau = \frac{dq}{dl}, \text{ Кл/м.}$$

**Зарядтың беттік тығыздығы** деп аудан бірлігіне келетін зарядты атайды:

$$\sigma = \frac{dq}{dS}, \text{ Кл/м}^2.$$

**Зарядтың көлемдік тығыздығы** деп дененің бірлік көлеміне келетін зарядты атайды:

$$\rho = \frac{dq}{dV}, \text{ Кл/м}^3.$$

**Вакуумдегі электростатикалық өріс үшін Гаусс теоремасы:** кез келген тұйық бет арқылы өтетін вакуумдегі электростатикалық өрістің кернеулік векторының ағыны сол бетпен қоршалған зарядтардың алгебралық қосындысының  $\varepsilon_0$ -ге қатынасына тең:

$$N = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^k q_i.$$

#### 1. Біртекті зарядталған шексіз жіптің өрісі

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r},$$

мұндағы  $r$  - жіп пен қарастырылып отырған нүктенің ара қашықтығы.

#### 2. Біртекті зарядталған шексіз жазықтықтың өрісі

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

#### 3. Екі әр аттас зарядталған өзара параллель шексіз жазықтықтардың өрісі

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

#### 4. Біртекті зарядталған сфералық беттің өрісі

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad r \geq R \text{ үшін,}$$

$$E = 0 \quad r < R \text{ үшін,}$$

мұндағы  $r$  - сфера центрінен өрістің қарастырылып отырған нүктесіне дейінгі ара қашықтық.

#### 5. Көлем бойынша зарядталған шардың өрісі

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad r \geq R \text{ үшін,}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^3} r \quad r < R \text{ үшін,}$$

мұндағы  $r$  - сфера центрінен өрістің қарастырылып отырған нүктесіне дейінгі арақашықтық.

**Электр диполі** деп бірінен-бірі  $l$  ара қашықтыққа ығысқан екі шамалары бірдей  $q$  және  $-q$  әр аттас нүктелік зарядтан тұратын жүйені атайды. Егер  $l$  ара қашықтығы жүйе өрісінің нүктелеріне дейінгі ара қашықтықпен салыстырғанда әлде-қайда кіші болса дипольді элементар дейді.

Теріс зарядтан оң зарядқа жүргізілген  $\vec{l}$  векторы **диполь иіні** деп аталады.

**Дипольдің электрлік моменті:**  $\vec{p} = ql$ .

**Диполь өрісі** оның электрлік моментімен анықталады:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \theta},$$

мұндағы  $\theta$  – дипольдің  $\vec{p}$  моментінің бағыты мен дипольден өрістің қарастырылып отырған нүктесіне жүргізілген  $\vec{r}$  радиус-векторының бағыты арасындағы бұрыш.

Сыртқы біртекті электр өрісінде дипольге қос күш әсер етеді. **Қос күштің моменті** мына өрнекпен анықталады

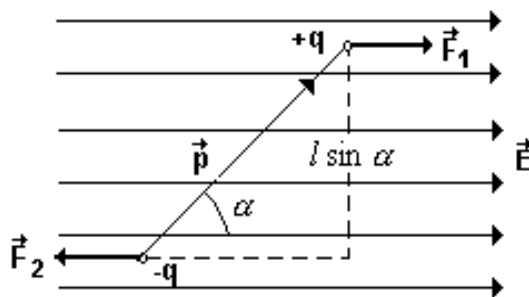
$$\vec{M} = [\vec{p}\vec{E}].$$

Қос күш моментінің модулі мынаған тең

$$M = pE \sin \alpha,$$

мұндағы  $\alpha$  –  $\vec{p}$  векторы мен  $\vec{E}$  өріс кернеулігінің арасындағы бұрыш.

Бұл қос күш  $\vec{p}$  және  $\vec{E}$  векторлары бағыттас болатындай етіп дипольді бұруға тырысады. (сурет)



Егер диполь біртекті емес өрісте орналасып, өріске параллель жатпаса, онда дипольге оны өріске параллель болатындай етіп бұруға тырысатын қос күшпен бірге дипольді күштірек өріс аймағына тартатын күш әсер етеді.

$$F_x = p \frac{dE}{dx}$$

**1. Екі әр аттас зарядталған өзара параллель шексіз жазықтықтың (жазық конденсатор) арасындағы потенциалдар айырмасы:**

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx = \int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d,$$

мұндағы  $d$  - жазықтықтардың ара қашықтығы.

**2. Екі зарядталған коаксиалды цилиндрдің (цилиндрлік конденсатор) арасындағы потенциалдар айырмасы:**

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r} dr = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1},$$

мұндағы  $r_1$  және  $r_2$  – цилиндрлердің радиустары.

**3. Екі зарядталған концентрлі сфераның арасындағы (сфералық конденсатор) потенциалдар айырмасы:**

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

### 11.3 Диэлектрлік ортадағы электростатикалық өріс.

Диэлектрик, құрамына зарядталған бөлшектер – теріс электрондар және оң ядро енетін молекулалардан тұрады. Жалпы алғанда молекулалар бейтарап болғанымен, молекуладағы оң және теріс зарядтардың «ауырлық» центрлері бір-біріне қатысты ығысуының нәтижесінде молекулада  $\vec{p}$  дипольдік момент пайда болуы мүмкін.

**1. Полярлы емес диэлектриктер** – сыртқы электр өрісінің жоқ кезінде құрылымы симметриялы болып келетін және  $\vec{p}$  дипольдік моментке ие емес молекулалардан тұратын заттар. Молекулалар дипольдік моментті сыртқы электр өрісінде иеленеді (серпімді диполь). Полярлы емес диэлектриктерге  $\text{H}_2$ ,  $\text{O}_2$ ,  $\text{N}_2$  және басқалар жатады.

**2. Полярлы диэлектриктер** – сыртқы электр өрісінсіз ақ дипольдік моментке ие молекулалардан тұратын заттар. Молекуланың оң және теріс зарядтарының «ауырлық» центрлері бір-біріне дәл келмейді, демек молекула сыртқы өрістің жоқтығына қарамастан диполь болып табылады (қатаң диполь). Сыртқы электр өрісінің бар кезінде дипольдер өріс бойымен бұрылады да, диэлектрик нөлден өзгеше қорытқы моментті иеленеді. Полярлы диэлектриктерге  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{NH}_3$ ,  $\text{CO}$  және т.б. жатады.

**3. Иондық торлары бар кристалдық диэлектриктер** – ішкі құрылымы әртүрлі таңбалы иондардың дұрыс кезектесе отырып түзейтін кеңістік торы

болып келетін заттар. Мұндай кристалдардың молекулаларын біріне-бірі енген екі иондық торламшалар жүйесі деп қарастыруға болады. Сыртқы электр өрісінің әсерінен дипольдік моменттердің пайда болуына әкелетін торламшалардың бір-біріне қатысты ығысуы байқалады.

Диэлектриктер **поляризациясы** деп сыртқы электр өрісінің әсерінен жүретін дипольдердің бағдарлану процесін немесе өріс бойымен бағдарланған дипольдердің пайда болуын атайды.

Диэлектриктердің үш тобына сәйкес поляризацияның үш түрі болады:

1. **Ығысудың электрондық поляризациясы**
2. **Дипольдік, немесе, бағдарлы поляризация**
3. **Иондық поляризация**

Поляризацияның нәтижесінде диэлектрикте **байланысқан** деп аталатын зарядтар пайда болады.

Диэлектриктің поляризациясын сандық сипаттау үшін қолданылатын, **поляризациялану** деп аталатын, векторлық шама диэлектриктің көлем бірлігінің электр моменті болып анықталады:

$$\vec{P} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{p}_i .$$

Поляризациялану байланысқан зарядтардың  $\sigma'$  беттік тығыздығымен

$$P_n = \sigma'$$

қатынастығы арқылы байланысады.

Байланысқан зарядтардың туындауы сыртқы  $\vec{E}_0$  өріске қарсы бағытталған және оны әлсірететін қосымша  $\vec{E}'$  электр өрісінің пайда болуына әкеледі. Диэлектриктің ішіндегі қорытқы өріс

$$E = E_0 - E' = E_0 - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0} .$$

Көптеген диэлектриктер үшін  $\vec{P}$  поляризациялануы диэлектрик ішіндегі  $\vec{E}$  өріс кернеулігіне сызықтық тәуелді, сондықтан, егер диэлектрик изотропты болса, онда

$$\vec{P} = \alpha \varepsilon_0 \vec{E} ,$$

мұндағы  $\alpha$  - **заттың диэлектрлік қабылдағыштығы**.

Сонда диэлектриктің ішіндегі өріс

$$E = E_0 - \alpha E \text{ немесе } E = \frac{E_0}{1 + \alpha} = \frac{E_0}{\varepsilon} ,$$

мұнда  $\varepsilon$  - ортаның диэлектрлік өтімділігі.

Екі диэлектриктің шекаралық бетінде кернеулік сызықтары үзіледі, себебі  $\vec{E}$  векторы секірмелі өзгеріске ұшырайды. Сондықтан біртекті емес диэлектриктердегі электр өрісін сипаттау үшін  $\vec{E}$  кернеулік векторынан көрі  $\vec{D}$  **электр ығысу векторын** қолданған едәуір ыңғайлы.

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

**Изотропты диэлектрикте**  $\vec{E}$  және  $\vec{P}$  векторлары өзара параллель, сондықтан  $\vec{E}$  және  $\vec{D}$  векторларыда өзара параллель болады

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \alpha \varepsilon_0 \vec{E} = (1 + \alpha) \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}.$$

**Анизотропты диэлектриктерде**  $\vec{E}$  және  $\vec{P}$  векторларының бағыттары, жалпы алғанда, бірдей емес, сондықтан  $\vec{E}$  және  $\vec{D}$  бағыттарыда әр түрлі болады.

**Электр ығысу векторы үшін Гаусс теоремасы:** диэлектрик ішіндегі тұйық бет арқылы өтетін электр ығысу векторының ағыны сол бетпен қоршалған еркін электр зарядтарының алгебралық қосындысына тең:

$$N_D = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^k q_i.$$

Диэлектрлік өтімділіктері  $\varepsilon_1$  және  $\varepsilon_2$  екі изотропты диэлектриктің шекарасында келесі шарттар орындалады:

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}, \quad \frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1},$$

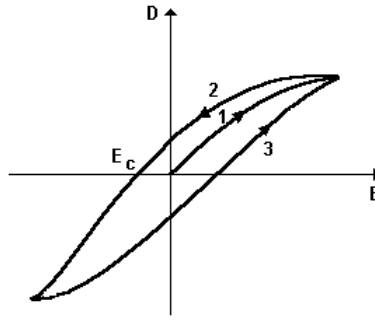
$$\frac{D_{\tau 2}}{D_{\tau 1}} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}, \quad D_{n1} = D_{n2},$$

мұндағы  $\alpha_1$  және  $\alpha_2$  - шекараға жүргізілген  $\vec{n}$  нормаль мен 1 және 2 диэлектрлік орталардағы  $\vec{E}$  (немесе  $\vec{D}$ ) векторының арасындағы бұрыштарға сәйкес.

**Сегнетоэлектриктер** – температураның белгілі аралығында спонтандық (өздігінен пайда болатын) поляризациялануға ие болатын, яғни сыртқы электр өрісінсіз ақ поляризацияланатын диэлектриктер. Сегнетоэлектриктерге сегнет тұзы ( $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ ), барий титанаты ( $\text{BaTiO}_3$ ), калий фосфаты ( $\text{KH}_2\text{PO}_4$ ) жатады.

**Сегнетоэлектриктердің негізгі қасиеттері:**

1.  $\varepsilon$  диэлектрлік өтімділігі өте үлкен мәндерге жете алады ( $10^4$  –не дейін);
2.  $\varepsilon$  диэлектрлік өтімділігі өрістің  $\vec{E}$  кернеулігіне тәуелді, яғни  $\vec{P}$  поляризациялану векторы мен  $\vec{E}$  өріс кернеулігі арасындағы байланыс сызықты емес функция;
3. диэлектрлік гистерезис;



4. сегнетоэлектрик өзінің ерекше қасиеттерінен айырылуына әкелетін сипатты температураның (**Кюри нүктесі**) бар болуы.

Кейбір кристалдарда поляризациялану сыртқы электр өрісінсіз де пайда болады, егер кристалл механикалық деформацияға ұшыраса. Бұл құбылыс **тура пьезоэлектрлік эффектi** деп аталады. Тура пьезоэлектрлік эффектiмен қатар **кері пьезоэффектi** де болады: пьезоэлектриктегі поляризацияның пайда болуы механикалық деформацияларды тудырады.

#### 11.4 Электростатикалық өрістегі өткізгіштер. Конденсаторлар.

Өткізгіштегі заряд тасушылары қандай да болмасын аз күштің әсерінен қозғала алады. Сондықтан, **өткізгіштегі зарядтардың тепе-теңдігін** қамтамасыз ету үшін мына екі шарт орындалу қажет:

1. Өткізгіштің ішіндегі кез-келген нүктеде өріс кернеулігі нөлге тең болуы тиіс

$$\vec{E}_i = 0.$$

2. Өткізгіш бетіндегі өріс кернеулігі әр нүктеде бетке жүргізілген нормаль бойымен бағытталуы тиіс

$$\vec{E}_{\text{бет}} = \vec{E}_n.$$

Демек, зарядтардың тепе-теңдігі жағдайында өткізгіштің беті эквипотенциалды болып табылады, ал өткізгішке келтірілген заряд оның беті бойынша кейбір  $\sigma$  тығыздықпен таралады.

**Өткізгіштің маңайындағы вакуумдегі электр өрісінің кернеулігі:**

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

Зарядталмаған өткізгішті электр өрісіне еңгізгенде заряд тасушылары қозғала бастайды: оң таңбалы тасушылар  $\vec{E}$  векторымен бағыттас қозғалса, теріс таңбалы тасушылар – кері бағытта қозғалады. Соның нәтижесінде



өткізгіштің ұштарында, **индукцияланған заряд** деп аталатын, таңбалары қарама-қарсы зарядтар пайда болады. Бұл процесс өткізгіштегі зарядтар тепе-теңдігінің (1,2) шарттары орындалғанда ғана тоқтайды. Сыртқы электростатикалық өрістегі өткізгіш зарядтарының қайта таралуы **электростатикалық индукция** құбылысы деп аталады.

Оқшауланған өткізгіштің потенциалы оның зарядына пропорционал:

$$q = C\varphi.$$

Потенциал мен заряд арасындағы  $C$  пропорционалдық коэффициентін **өткізгіштің электр сыйымдылығы** деп атайды. Сыйымдылық сан жағынан өткізгіштің потенциалын бір өлшемге арттыру үшін өткізгішке берілетін зарядқа тең:

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Электр сыйымдылығының өлшем бірлігі - **фарад** (Ф): 1 Кл заряд берілгенде потенциалын 1 В-қа өзгертетін оқшауланған өткізгіштің сыйымдылығы 1 Ф-қа тең деп алынады.

Өткізгіштің сыйымдылығы оның өлшемдері мен пішініне тәуелді. Мысалы, радиусы  $R$  шар тәрізді өткізгіштің сыйымдылығы:

$$C = \frac{q}{\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}}.$$

Өлшемдері шамалы және қоршаған денелермен салыстырғанда потенциалы азғантай болғанымен, өздерінде едәуір зарядты жинақтай алатын құрылғыны **конденсатор** деп атайды. Конденсатор бірінен-бірі диэлектрик қабатымен бөлінген қос өткізгіштен (астарлардан) тұрады. Өріс конденсатордың ішінде ғана жинақталады, ал кернеулік сызықтары оның бір астарларынан басталып екіншісінде аяқталады.

**Конденсатордың сыйымдылығын** мына өрнектің көмегімен анықтайды:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2},$$

мұндағы  $q$  – астарлардың біреуіндегі заряд,  $\varphi_1 - \varphi_2$  - конденсатор астарларының арасындағы потенциалдар айырмасы.

Вакуумді конденсатордың сыйымдылығы  $C_0$ , ал астарлары арасындағы кеңістік біртекті диэлектрикпен толтырылған сол конденсатордың сыйымдылығы  $C$  болсын. Сонда

$$\frac{C}{C_0} = \epsilon$$

қатынасын диэлектриктің салыстырмалы диэлектрлік өтімділігі деп атайды.

### 1. Жазық конденсатордың сыйымдылығы

$$C_0 = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{\sigma S}{\frac{\sigma}{\varepsilon_0} d} = \frac{\varepsilon_0 S}{d},$$

ал диэлектрикпен толтырылған жазық конденсатордың сыйымдылығы

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}.$$

### 2. Цилиндрлік конденсатордың сыйымдылығы

$$C_0 = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{\tau l}{\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln \frac{r_2}{r_1}},$$

ал диэлектрикпен толтырылған цилиндрлік конденсатордың сыйымдылығы

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}.$$

### 3. Сфералық конденсатордың сыйымдылығы

$$C_0 = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)},$$

ал диэлектрикпен толтырылған сфералық конденсатордың сыйымдылығы

$$C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}{\left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}.$$

Берілген кернеу үшін керекті сыйымдылықты алу мақсатында конденсаторларды бір-бірімен батарея құрып жалғайды.

1. Конденсаторларды параллель жалғау  $C = \sum_{i=1}^n C_i$

2. Конденсаторларды тізбектей жалғау  $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$ .

Өткізгіштің ішкі бөліктерінде зарядтың болмауы Гаусс теоремасының салдары болып табылады. Ал Гаусс теоремасының өзі Кулон заңына негізделген.

Бір бірінен  $r$  ара қашықтықта орналасқан нүктелік  $q_1$  және  $q_2$  зарядтардың өзара потенциалдық энергиясын  $q_2$  зарядының өрісінде орналасқан  $q_1$  зарядының потенциалдық энергиясы, немесе  $q_1$  зарядының өрісінде орналасқан  $q_2$  зарядының потенциалдық энергиясы деп қарастыруға болады:

$$W_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} = q_1 \varphi_1 = q_2 \varphi_2 = \frac{1}{2} (q_1 \varphi_1 + q_2 \varphi_2),$$

мұндағы  $\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r}$  және  $\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r}$  -  $q_1$  заряды орналасқан нүктедегі  $q_2$  заряды тудыратын және  $q_2$  заряды орналасқан нүктедегі  $q_1$  заряды тудыратын потенциалдарға сәйкес.

Тыныштық күйдегі  $n$  заряд үшін **нүктелік зарядтар жүйесінің өзара әрекеттесу энергиясы**

$$W_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i,$$

мұндағы  $\varphi_i$  - жүйенің  $i$ -ші зарядынан басқа, барлық зарядтарының  $q_i$  заряды орналасқан нүктедегі тудыратын потенциалы:

$$\varphi_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1, k \neq i}^n \frac{q_k}{r_{ik}}.$$

Оқшауланған өткізгіштің беті эквипотенциалды болып табылады, яғни  $\varphi = const$ . Өткізгіш бетіндегі  $q$  зарядты  $q_i$  нүктелік зарядтар жүйесі деп қарастыруға болады. Сонда

$$W_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \varphi q_i = \frac{1}{2} \varphi \sum_{i=1}^n q_i = \frac{1}{2} \varphi q.$$

Өткізгіш бетіндегі зарядпен оның потенциалының арасындағы байланысты ескере отырып, **зарядталған өткізгіштің энергиясы** үшін төмендегідей өрнектерді жазуға болады:

$$W_p = \frac{1}{2} \varphi q = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\varphi^2}{2}.$$

Заряды  $+q$  конденсатор астарының потенциалы  $\varphi_1$ -ге, ал заряды  $-q$  астарының потенциалы  $\varphi_2$ -ге тең болды делік. Сонда

$$W_p = \frac{1}{2} [(+q)\varphi_1 + (-q)\varphi_2] = \frac{1}{2} q(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{1}{2} qU.$$

Конденсатор астарларындағы заряд пен олардың арасындағы потенциал айырмасының байланысын ескере отыра **зарядталған конденсатор энергиясы** үшін мына өрнектерді жазуға болады:

$$W_p = \frac{1}{2} qU = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}.$$

Конденсатор астарлары бір-бірін тартатын механикалық (**пондеромоторлық**) күшті жазық конденсатордың потенциалдық энергиясы арқылы анықтауға болады:

$$F_x = -\frac{\partial W_p}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 S} x \right) = -\frac{q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 S}.$$

Зарядталған конденсатордың энергиясы оның электр өрісінде, яғни оның астарларының арасындағы кеңістікте шоғырланған. Конденсатордың энергиясын оның электр өрісін сипаттайтын шамалар арқылы өрнектеуге болады. Жазық конденсатор үшін мына өрнекті жазуға болады:

$$W_p = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SU^2}{2d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2} \left( \frac{U}{d} \right)^2 Sd = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V,$$

мұндағы  $Sd = V$  - өрістің алып отырған көлемі.

Егер өріс біртекті болса, онда оның ішіндегі энергия кеңістікте  $\omega$  тұрақты тығыздықпен таралады:

$$\omega = \frac{1}{2} \varepsilon\varepsilon_0 E^2.$$

Әр нүктедегі электр өрісі энергиясының тығыздығын біле тұра, кез келген  $V$  көлеміндегі электр өрісінің энергиясын табуға болады:

$$W = \int_V \omega dV = \int_V \frac{1}{2} \varepsilon\varepsilon_0 E^2 dV$$

### 13 лекция.

#### ТҰРАҚТЫ ЭЛЕКТР ТОГЫ

Электр зарядтарының реттелген (бағытталған) қозғалысы **электр тогы** деп аталады. Электр тогы пайда болуы үшін екі қажетті шарттың орындалуы тиіс:

1. қарастырылып отырған денеде **токтың еркін тасушыларының**, яғни бүкіл дене шегінде қозғала алатын зарядталған бөлшектердің бар болуы;
2. дененің ішінде **электр өрісінің** бар болуы.

Токтың бағыты ретінде шартты түрде оң зарядтардың қозғалыс бағыты алынған.

Электр тогының сандық сипаттамасы ретінде екі шама пайдаланылады: ток күші және ток тығыздығы.

**Ток күші**  $I$  – бірлік уақыт ішінде өткізгіштің көлденең қимасы арқылы өтетін электр зарядымен анықталатын физикалық шама:

$$I = \frac{dq}{dt} .$$

Егер токтың күші және бағыты уақытқа орай өзгермесе, мұндай ток **тұрақты** деп аталады. Тұрақты ток үшін

$$I = \frac{q}{t} .$$

Ток күшінің өлшем бірлігі – **ампер** (А).

Бірлік уақыт ішінде токтың бағытына перпендикуляр орналасқан бірлік бет арқылы өтетін зарядпен анықталатын физикалық шаманы **тоқтың тығыздығы** деп атайды:

$$j = \frac{dq}{dS_{\perp} dt} .$$

Тоқтың тығыздығы зарядтардың реттелген қозғалысының (дрейфінің)  $\langle \vec{v} \rangle$  жылдамдығына байланысты:

$$\vec{j} = qn\langle \vec{v} \rangle ,$$

мұндағы  $n$  және  $q$  - ток тасушыларының шоғыры мен зарядына сәйкес.

Өткізгіштің әр нүктесіндегі ток тығыздығының  $\vec{j}$  векторын біле тұра, токтың күшін анықтауға болады:

$$I = \int_S j_n dS ,$$

мұндағы интегралдау өткізгіштің  $S$  қимасының бүкіл беті бойымен алынады.

**Үздіксіздік теңдеуі** зарядтың сақталу заңын өрнектейді:

$$-\frac{dq}{dt} = \oint_S j_n dS .$$

Егер өткізгіштің күйі өзгермесе, онда әр өткізгіш үшін оның ұштарындағы потенциалдар айырмасы мен оның бойындағы ток күші арасында  $I = f(U)$  бірмәнді тәуелділік орын алады. Оны өткізгіштің **вольтамперлік сипаттамасы** деп атайды.

Металдар үшін бұл тәуелділікті алғаш рет эксперименталды түрде неміс физигі Г. Ом анықтаған болатын.

**Тізбек бөлігі үшін Ом заңы** бойынша ток күші түсірілген кернеуге пропорционал болады, яғни

$$I = \frac{1}{R} U,$$

мұндағы  $R$  – өткізгіштің **электр кедергісі**.

Кедергінің өлшем бірлігі – **ом (Ом)**: 1 Ом - ұштарында 1 В кернеу кезінде өзі арқылы күші 1 А тұрақты токты өткізетін өткізгіштің кедергісі. Өткізгіштің кедергісі олардың өлшемдері мен пішініне, сондай-ақ өткізгіш ретінде қолданылатын материалға тәуелді. Цилиндр пішінді өткізгіш үшін бұл тәуелділікті әсіресе қарапайым түрде жазуға болады:

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

мұндағы  $l$  - өткізгіштің ұзындығы,  $S$  - оның көлденең қимасының ауданы,  $\rho$  - заттың тегі мен күйіне ғана тәуелді болып келетін меншікті кедергі. Меншікті кедергінің өлшем бірлігі - Ом·м.

Металдардың кедергісі температура жоғарлаған сайын ұлғаяды:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t),$$

мұндағы  $\rho_0$  -  $0^\circ\text{C}$  кезіндегі металдың меншікті кедергісі,  $\alpha$  - металл кедергісінің температуралық коэффициенті. Көптеген металдар үшін  $\alpha$  коэффициентінің мәні жуықтап алғанда  $1/273^\circ\text{C}^{-1}$ -ге тең және температураға тәуелсіз деуге болады.

Өте төмен температурада кейбір заттарда **асқын өткізгіштік** құбылысы байқалады, бұл кезде кедергі кенет нольге айналады. Асқын өткізгіштікті алғаш рет 1911 ж. голланд физигі Х. Камерлинг-Оннес сынапта байқаған. Кейін, асқын өткізгіштік қорғасында, мырышта, ниобийде және басқа металдарда, сондай-ақ бірқатар қоспаларда байқалған. Кедергі жоғалатын  $T_c$  температура **кризистік** температура деп аталады. 1933 ж. неміс физигі В. Мейсснер асқын өткізгіштердің екінші фундаменталды қасиетін ашты:  $T_c$  мәнінен төмен температурада магнит өрісі үлгінің қалың қабатынан итеріліп шығатыны анықталды (**Мейсснер эффекті**).

1986 жылы  $T_c$  кризистік температуралары қалыпты атмосфералық қысымдағы сұйық азоттың қайнау температурасынан ( $77\text{K}$ ) асатын металоксидті жоғары температуралық асқын өткізгіштер (ЖТАӨ) ашылды.

### 13.2 Токтың жұмысы мен қуаты.

Егер өткізгіште электр өрісін тудырып, бірақ оны сақтап тұру үшін ешқандай шара қолданбаса, онда ток тасушыларының тасымалдануы тез арада өткізгіштің ұштарының потенциалдардың теңестірілуіне әкеледі де ток жоғалады. Токты мейлінше ұзақ уақыт ұстап тұру үшін, ток тасушы зарядтарды (оң зарядты тасушылар үшін) өткізгіштің потенциалы аз ұшынан үздіксіз

әкетіп, потенциалы жоғары ұшына оларды үздіксіз жеткізіп отыру қажет. Электрлостатикалық өріс күштері зарядтардың мұндай орын ауыстыруын жүзеге асыра алмайды. Бұл үшін **бөгде күштердің** көмегі қажет.

Бөгде күштерді олардың зарядтарды тізбек бойымен орын ауыстыруында атқаратын жұмысы арқылы сипаттауға болады. Бірлік оң зарядтың орын ауыстыруында істелінетін бөгде күштердің жұмысына тең шаманы тізбектегі немесе оның бөлігіндегі әсер ететін  $\varepsilon$  **электр қозғаушы күш** (э.қ.к.) деп атайды

$$\varepsilon = \frac{A}{q_0}.$$

Э.қ.к.-ң өлшем бірлігі – **вольт** (В) .  $q_0$  зарядына әсер ететін  $\vec{F}_e$  күшін мына түрде жазуға болады:

$$\vec{F}_e = \vec{E}^* q_0,$$

мұндағы  $\vec{E}^*$  - бөгде күштер өрісінің кернеулігі. Тізбектің 1-2 бөлігіндегі бөгде күштердің  $q_0$  зарядына істелінетін жұмысы :

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}_e d\vec{l} = q_0 \int_1^2 \vec{E}^* d\vec{l}.$$

Сонда тізбектің 1-2 бөлігіндегі әсер етуші э.қ.к:  $\varepsilon_{12} = \int_1^2 \vec{E}^* d\vec{l}$

Тұйықталған тізбекте әсер етуші э.қ.к:

$$\varepsilon = \oint \vec{E}^* d\vec{l},$$

яғни, тұйықталған тізбекте әсер етуші э.қ.к.-ті бөгде күштер кернеулігі векторының циркуляциясы деп анықтауға болады.  $q_0$  зарядына тізбектің әр нүктесінде әсер ететін қорытқы күш мынаған тең:

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_e = q_0 (\vec{E} + \vec{E}^*),$$

мұндағы  $\vec{F}_e$  - электрлостатикалық өрістің күштері.

Тізбектің 1-2 бөлігіндегі қорытқы күштің зарядқа істелінетін жұмысы мына өрнектің көмегімен анықталады:

$$A_{12} = q_0 \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} + q_0 \int_1^2 \vec{E}^* d\vec{l} = q_0 (\varphi_1 - \varphi_2) + q_0 \varepsilon_{12}.$$

Сан жағынан бірлік оң зарядтың орын ауыстырғандағы электростатикалық және бөгде күштердің атқаратын жұмысына тең шаманы тізбектің қарастырылып отырған бөлігіндегі  $U$  кернеуі деп атайды:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}.$$

Бойында бөгде күштер әсер етпейтін тізбек бөлігін **біртекті тізбек бөлігі** деп атайды. Бойында ток тасушыларға бөгде күштер әсер ететін бөлікті **біртекті емес тізбек бөлігі** деп атайды.

Тізбектің біртекті бөлігі үшін кернеу потенциалдар айырмасымен бірдей болады:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Тізбектің бір текті емес бөлігі үшін Ом заңын мына түрде жазуға болады:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}}{R}.$$

Тұйықталған тізбек үшін  $\varphi_1 = \varphi_2$ , сондықтан **тұйықталған тізбек үшін Ом заңы** төмендегідей өрнектеледі:

$$I = \frac{\varepsilon_{12}}{R},$$

мұндағы  $R$  – бүкіл тізбектің жиынтық кедергісі болып табылады.

Тармақталған тізбектерді есептеу үшін неміс физигі Г. Кирхгоф тұжырымдаған ережелер қолданылады. Кем дегенде үш өткізгіш бірігетін, тізбектің кез келген тармақталу нүктесі **түйін** деп аталады. Түйінге кіретін ток оң деп, ал түйіннен шығатын ток – теріс деп алынады.

**Кирхгофтың бірінші ережесі:** түйінде жинақталатын ток күштерінің алгебралық қосындысы нольге тең:

$$\sum_i I_i = 0.$$

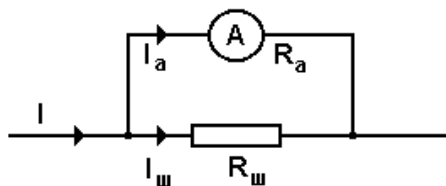
**Кирхгофтың екінші ережесі:** тармақталған тізбектің кез келген тұйықталған контуры үшін ток күштерінің сол контурдың тиісті бөліктерінің кедергілеріне көбейтінділерінің алгебралық қосындысы осы контурдағы э.қ.к.-дің алгебралық қосындысына тең:

$$\sum_i I_i R_i = \sum_k \varepsilon_k.$$

Теңдеулерді құрастырған кезде токтар мен э.қ.к.-тердің таңбаларын контурды айналып өтудің таңдап алынған бағытына сәйкес алу керек. Бағыты контурды айналу бағытымен бірдей болатын ток үшін  $IR$  көбейтіндісі оң, контурды айналу бағытында әсер ететін э.қ.к. оң деп саналады.



Кедергілердің параллель жалғауын өлшеу аспаптарында (сурет) шунт ретінде қолданады.

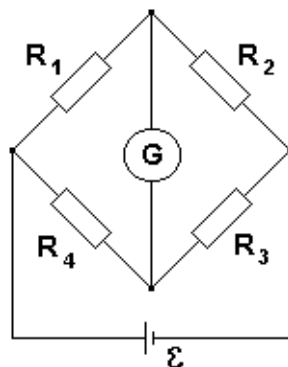


**Шунт** – белгілі бір амперметрдің  $I_a$  өлшеу шегінен асатын  $I$  ток күшін өлшеу мақсатымен амперметрге параллель жалғанатын  $R_{ш}$  кедергісі.

$$I = I_a \frac{(R_a + R_{ш})}{R_{ш}},$$

мұндағы  $R_a$  - амперметрдің ішкі кедергісі.

$R_1$  белгісіз кедергіні дәл өлшеу үшін, әдетте **Уитстон көпірі** қолданылады.



Белгілі  $R_2$ ,  $R_3$  және  $R_4$  кедергілерінің мәндерін өзгерте отырып, гальванометр арқылы өтетін токтың мәні нольге тең болуына қол жеткізеді ( $I_G = 0$ ). Сонда

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3}, \text{ немесе } R_1 = \frac{R_2 R_4}{R_3}.$$

Бір-бірімен тізбектей жалғанған  $n$  ток көздерінен тұратын **батареяның э.қ.к.-і және ішкі кедергісі** мынаған тең

$$\mathcal{E} = \sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i, \quad r = \sum_{i=1}^n r_i.$$

Бір-бірімен параллель жалғанған  $n$  ток көздерінен тұратын **батареяның э.қ.к.-і және ішкі кедергісі** төмендегі өрнектердің көмегімен анықталады:

$$\frac{\mathcal{E}}{r} = \sum_{i=1}^n \frac{\mathcal{E}_i}{r_i}, \quad \frac{1}{r} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{r_i}.$$

Кедергісі  $R$  және  $U$  кернеуге қосылған өткізгіште **тұрақты токтың атқаратын жұмысы** келесі өрнектер арқылы есептеледі:

$$A = UI t = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t.$$

Сонда **тұрақты токтың қуаты**:

$$P = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Тыныштық күйдегі металл өткізгіш арқылы өткен кезде токтың атқаратын барлық жұмысы тек өткізгішті қыздыруға ғана жұмсалынады да, энергияның сақталу заңы бойынша

$$A = Q$$

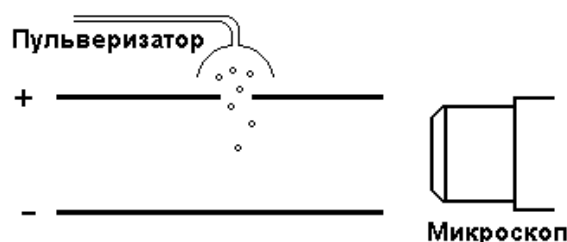
Сонымен, өткізгіштегі бөлінетін жылу мөлшері төмендегідей болады:

$$Q = UI t = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t.$$

**Джоуль-Ленц заңын** өрнектейтін бұл қатынастарды алғаш рет эксперименталды түрде бір-бірінен тәуелсіз Дж. Джоуль және Э.Х. Ленц анықтаған.

### 13.3 Металдағы, вакуумдағы және газдағы электр тогы.

Алғаш рет жоғары дәлдікпен электронның зарядын 1909 ж. американдық физик Р. Милликен анықтаған. Электр заряды өзгерісінің дискреттік сипатын Милликен тәжірибе жүзінде анықтап, элементар зарядтың бар екендігін растады. Пульверизатордың көмегімен майдың ұсақ тамшылары горизонталь орналасқан конденсатор пластиналарының арасындағы кеңістікке шашыратылады.



Конденсатордағы кернеудің таңбасы мен шамасын реттеу арқылы шашырау кезінде электрленген тамшыларды қозғалмайтындай етіп ұстап тұруға болады.

Тепе-теңдік күйдің орнықталу шарты

$$\frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho_0)g = q \frac{U}{d},$$

мұндағы  $\rho$  - майдың тығыздығы,  $\rho_0$  - ауа тығыздығы,  $q$  - тамшының заряды,  $r$  - тамшының радиусы.

Тәжірибеде алдымен тамшының шашыраған кезде иеленетін заряды анықталған. Одан кейін конденсатордағы ауаны рентген сәулелерінің әсерімен иондаған. Иондар тамшының бетіне қонғандықтан, оның заряды өзгереді де  $q_1, q_2 \dots$  мәнге ие болады.

Заряд өзгерісінің мәндерін өлшеген кезде олар үнемі электрон зарядына тең  $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$  Кл шамаға бүтін еселі болып шықты.

Металдардағы ток тасушылар еркін электрондар болып табылады. 1913 жылы орыс физиктері С.Л. Мандельштам және Н.Д. Папалексидің ұсынылған идеясы бойынша жүргізілген электрондар инерциясымен байланысты тәжірибелерде металдардағы токтың табиғаты электрондық екені әбден дәлелденді. Американдық физик Р. Толмен және шотландық физик Б. Стюарт өз тәжірибелерінде сандық нәтижелерді алды. Тәжірибелер келесі түсініктерге негізделген. Егер металда зарядталған жылжымалы бөлшектер бар болса, онда металл өткізгішті кенет тоқтатқан кезде олар біраз уақыт инерция бойынша қозғалады. Соның нәтижесінде өткізгіште электр тогы пайда болады. Осы токтың бағыты арқылы ток тасушысының таңбасын анықтауға болады, ал өткізгіштің кедергісі мен өлшемдерін біле тұра және тізбек арқылы өткен зарядты өлшеп, тасушылардың  $\frac{e}{m}$  меншікті зарядын есептеуге болады. Тәжірибелерде металдардағы ток тасушыларының теріс зарядқа ие екенін, ал олардың меншікті зарядының мәні электронның  $\frac{e}{m}$ -не өте жақын екені анықталды.

Еркін электрондар туралы түсініктерге сүйене отырып, неміс физигі П. Друде металдардың классикалық электрондық теориясын құрды, кейін оны голланд физигі Х. Лоренц жетілдірді. Бұл теория өткізгіштік электрондарының тәртібі идеал газ молекулаларының тәртібіне ұқсас деген болжамға негізделген. Өздерінің қозғалысы кезінде өткізгіштік электрондары кристалл торының түйіндерінде орналасқан иондармен соқтығысады, нәтижесінде электрондық газ бен тордың арасында термодинамикалық тепе-теңдік орнықталады.

Классикалық электрондық теорияның көмегімен металдардағы электр кедергісінің пайда болуын, Ом және Джоуль-Ленц заңдарын жақсы түсіндіруге болады.

**Ом заңының дифференциалды түрі:**

$$j = \gamma E = \frac{1}{\rho} E,$$

мұндағы  $\gamma$  - заттың меншікті өткізгіштігі деп аталатын оның меншікті кедергісі  $\rho$  -ға кері шама.

**Джоуль-Ленц заңының дифференциалды түрі:**

$$Q_{мен} = \gamma E^2,$$

мұндағы  $Q_{мен}$  - өткізгіштің көлем бірлігіндегі бірлік уақыт ішінде бөлінетін жылу мөлшері деп анықталатын **меншікті жылу қуаты**.

Друде теориясына сәйкес, электр өрісінің  $F = eE$  күші әсерінен электрон өзінің еркін жүру уақыты бойы бірқалыпты үдемелі қозғалыста болады. Еркін жүрудің соңында электронның иеленетін максималды жылдамдығы

$$v_{max} = \frac{eE}{m} \langle \tau \rangle$$

мұндағы  $\langle \tau \rangle$  - тор иондары мен электронның кезек соқтығысуының арасындағы орташа уақыт.

Электрондардың бағытталған қозғалысының (дрейфтің) орташа жылдамдығы

$$\langle v \rangle = \frac{v_{max}}{2} = \frac{eE}{2m} \langle \tau \rangle.$$

Сонда металл өткізгіштегі ток тығыздығы өріс кернеулігіне пропорционал болады (Ом заңының дифференциалды түрі):

$$j = ne \langle v \rangle = \frac{ne^2 \langle \tau \rangle}{2m} E.$$

$j$  мен  $E$  арасындағы пропорционалдық коэффициент заттың меншікті өткізгіштігінің өзі болып табылады

$$\gamma = \frac{ne^2 \langle \tau \rangle}{2m}.$$

Еркін жүрудің соңында электронның иемденетін энергиясы

$$\langle W_{к} \rangle = \frac{mv_{max}^2}{2} = \frac{e^2 \langle \tau \rangle^2}{2m} E^2.$$

Бұл энергия ионмен соқтығысу кезінде толығымен торға беріледі де, металдың ішкі энергиясының ұлғаюына, яғни оның қызуына әкеледі. Әр электрон бірлік

уақыт ішінде  $\frac{1}{\langle \tau \rangle}$  соқтығысуға шалдығады. Сондықтан, торға бірлік уақыт ішінде өткізгіштің көлем бірлігінде берілетін энергия

$$Q_{мен} = \frac{ne^2 \langle \tau \rangle}{2m} E^2$$

меншікті жылу қуатына тең.

$Q_{мен}$  және  $E$  арасындағы пропорционалдық коэффициент  $\gamma$  заттың меншікті өткізгіштігі болып табылады. Демек, соңғы өрнек Джоуль-Ленц заңының дифференциалды түрін анықтайды.

Металдар өткізгіштігінің классикалық электрондық теориясының сөзсіз жетістіктеріне қарамастан, оның бір қатар елеулі кемшіліктері де бар, олар теорияның кейбір қорытындыларының тәжірибелерде алынған нәтижелермен келіспеушілігінде айқындалады.

Металдардың электр өткізгіштігінің классикалық электрондық теориясының жарамсыздығының ең айрықша үлгісі ретінде асқын өткізгіштік құбылысы мен металдардың жылу сыйымдылығының теориясын келтіруге болады.

Классикалық электрондық теорияға сәйкес электр кедергісі өткізгіштік электрондарының кристалл торының иондарымен соқтығысуының нәтижесінде пайда болады. Бұл тұрғыдан алғанда кейбір металдардың және қосылыстардың асқын өткізгіштік күйдегі электр кедергісінің мүлдем болмауын түсіндіру мүмкін емес.

Металдың жылу сыйымдылығы оның кристалл торының жылу сыйымдылығы мен электронды газдың жылу сыйымдылығынан тұрады.

Классикалық электрондық теорияға сәйкес бір атомды электронды газдың мольдік жылу сыйымдылығы  $\frac{3}{2}R$  -ға тең. Бұл жағдайда

$$C_{мет} = C_{тор} + C_{эл} = 3R + \frac{3}{2}R = 4,5R.$$

Бірақ, барлық химиялық қарапайым қатты денелердің, оның ішінде металдардың да, мольдік жылу сыйымдылығы бірдей және  $3R$ -ға тең екені тәжірибеден белгілі. Яғни, металдар өткізгіштігінің электрондық теориясының қорытындыларына қайшы, электронды газдың жылу сыйымдылығы болмайды.

Теорияның тәжірибеге келетін осы және де кейбір басқа қайшылықтары бүгінгі күні өткізгіштіктің кванттық теориясы көмегімен сәтті шешілген.

Еркін электрондар қалыпты жағдайдағы температурада металды тастап кете алмайды. Бұған екі фактор кедергі болады:

1. Егер, электрон қандай да бір себептен металды тастап шықса, онда оның ішінде артық оң заряд пайда болады, ол өз кезегінде электронды қайтадан металдың ішіне қарай тартып алады.

2. Жеке электрондар металды тастап шыққанда, одан шамамен атомдық өлшемдегі қашықтықтарға алыстайды да, металдың бетінде «электрондық бұлтты» тудырады. Осы бұлт тордың оң иондарының сыртқы қабатымен бірігіп еркін электрондардың металдан шығуына кедергі жасайтын қос электр қабатын түзейді.

Электронды металдан вакуумға шығару үшін қажетті жұмысты электронның металдан **шығу жұмысы** деп атайды:

$$A = e\Delta\varphi,$$

мұндағы  $\Delta\varphi$  - қос электр қабатындағы потенциалдың беттік секіруі. Шығу жұмысын **электронвольтпен** өлшейді (эВ):  $1\text{эВ}=1,6\cdot 10^{-19}$  Кл ·  $1\text{В}=1,6\cdot 10^{-19}$  Дж.

Әртүрлі металдардың шығу жұмысы әртүрлі болады (цезий үшін  $A=1,81$  эВ, платина үшін  $A=6,27$  эВ).

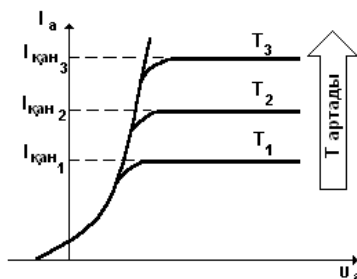
Қалыпты жағдайда газ бейтарап молекулалардан (немесе атомдардан) құралады, сондықтан ол изолятор болып табылады. Газдың молекулаларының кейбір бөлігі иондалғанда, яғни олар ион мен еркін электрондарға ыдыраған жағдайда, ғана газ арқылы электр тогы өте алады. Бұл үшін газ қандай да бір иондағыштың әсеріне шалдығу қажет. Газды әртүрлі иондағыштардың әсері арқылы иондауға болады: өте күшті қыздыру, қысқа толқынды электромагниттік сәуле шығару (ультракүлгін, рентген және гамма-сәулелері), электрондар, протондар,  $\alpha$ - бөлшектер ағыны. Молекуладан (атомнан) бір электронды қағып шығару үшін **иондау энергиясы** деп аталатын белгілі бір энергияны жұмсау қажет. Иондау энергиясының мәндері әртүрлі газдар үшін  $4\div 25$  эВ аралығында орналасады. Иондалған газда оң иондар және электрондармен қатар сондай-ақ, электрондардың бейтарап молекулаларға қосылуының нәтижесінде пайда болатын теріс иондар да болады. Газдың иондалу процесімен әрдайым бірге оған кері процесс – **рекомбинация** да жүреді.

### 13.4 Эмиссия құбылыстары. Газ разрядтары.

Егер электрондарға шығу жұмысын жеңу үшін қажетті энергияны берсе, онда электрондардың кейбір бөлігі металды тастап шыға алады. Соның нәтижесінде электрондарды шығару құбылысын немесе **электрондық эмиссияны** бақылауға болады.

Электрондарға энергия беру тәсіліне байланысты термоэлектрондық, фотоэлектрондық және екінші қайтара электрондық эмиссияны ажыратады.

Термоэлектрондық эмиссияны **вакуумдық диодтың** көмегімен жүзеге асыруға болады. Вакуумдық диодтың вольтамперлік сипаттамасы сызықты емес:



$I$  термоэлектрондық тогының  $U$  анодтық кернеуге тәуелділігі **Богуславский-Ленгмюр** заңымен өрнектеледі (екіден үш заңы):

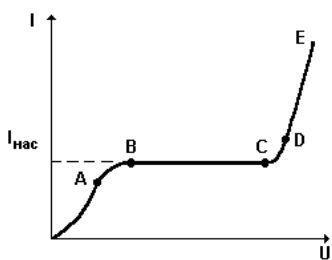
$$I = BU^{\frac{3}{2}},$$

мұндағы  $B$  - электродтардың пішіні мен өлшемдеріне, сондай – ақ олардың өзара орналасуына тәуелді коэффициент.

Анодтық кернеу ұлғайғанда термоэлектрондық ток күші,  $I_{кан}$  **қанығу тогы** деп аталатын, өзінің белгілі бір максималды мәніне жетеді. Қанығу тогының тығыздығы температураға барынша тәуелді. Бұл тәуелділік **Ричардсон-Дешмен заңы** арқылы өрнектеледі:

$$j_{кан} = CT^2 \exp\left(-\frac{A}{kT}\right),$$

мұндағы  $A$  - электронның катодтан шығу жұмысы,  $C$  - теориялық тұрғыдан алғанда барлық металдар үшін бірдей тұрақты,  $T$  - термодинамикалық температура.



Электр тогының газ арқылы өту процесі **газ разряды** деп аталады.

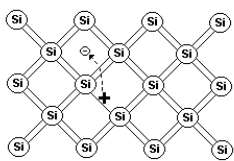
Сыртқы иондағыштың әсерінен ғана пайда болатын разряд **тәуелді разряд** деп аталады (ОС бөлігі).

Сыртқы иондағыштың әсері аяқталғаннан кейін де жалғаса беретін газ разряды **тәуелсіз разряд** деп аталады (ДЕ бөлігі). Тәуелсіз газ разрядының пайда

болуына себепті процестер: электрондық соққыдан иондалу, оң иондармен атқылау әсерінен пайда болатын катодтан шығатын екінші қайтара электрондық эмиссия, фотоэффект, фотоиондау.

Бірқатар элементтер (кремний Si, германий Ge, селен Se және т.б.) мен химиялық қосылыстар, мәселен галлий арсениді GaAs, индий арсениді InAs, индий антимиониді InSb, кремний карбиді SiC және т.б.) жартылай өткізгіштер болып табылады.

Төмен температураларда жартылай өткізгіштер изолятор болып табылады, алайда температура артқан сайын олардың меншікті кедергісі едәуір төмендейді. Бұлай болу себебі жылулық қозғалыстың әсерінен ток тасушылар шоғырының ұлғаюында. Кристалды қыздырған кезде жылулық тербелістер валенттік байланыстардың үзілуіне әкеледі. Нәтижесінде, соған дейін валенттік байланысты түзеуге

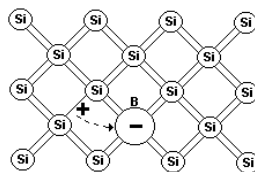
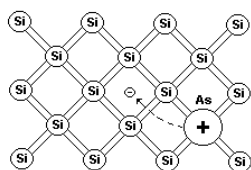


қатысатын электрондардың кейбір бөлігі өткізгіштік электрондарына айналады. Валенттік байланыстың үзілуі байланысы жетіспейтін бос орынның - кемтіктің - пайда болуына әкеледі.

Электр өрісі бар жағдайда токтың қалыптасуына өткізгіштік электрондары да, сондай-ақ кемтіктер де өз үлесін қосады. Химиялық қоспасы және басқа ақаулары жоқ таза жартылай өткізгіштердегі қарастырылған өткізгіштік процесі **жартылай өткізгіштердің меншікті өткізгіштігі** деп аталады.

Жартылай өткізгіштердің электр өткізгіштігі сондай-ақ қоспаға да байланысты болуы мүмкін. Өткізгіштік электрондарының пайда болуына әкелетін қоспалар (мысалы, кремний құрамындағы мышьяк) **донорлық**, ал кемтіктерді тудыратын қоспалар (мысалы, кремний құрамындағы бор) **акцепторлық** қоспалар деп аталады.

Жартылай өткізгіштердің электр өткізгіштігі сондай-ақ қоспаға да байланысты болуы мүмкін. Өткізгіштік электрондарының пайда болуына әкелетін қоспалар (мысалы, кремний құрамындағы мышьяк) **донорлық**, ал кемтіктерді тудыратын қоспалар (мысалы, кремний құрамындағы бор) **акцепторлық** қоспалар деп аталады.



Егер жартылай өткізгіштегі электрондардың шоғыры кемтіктердің шоғырынан едәуір көбірек болса, онда **n-типті жартылай өткізгіш** туралы сөз етеді.

Егер де оң кемтіктердің саны әлде қайда басым болса, жартылай өткізгіш **p-типті жартылай өткізгіш** деп аталады. Басым бөлігімен қатысқан ток тасушылары **негізгі ток тасушылары**, ал аз бөлігімен қатысқандары – **негізгі емес ток тасушылары** болып саналады.

Көптеген тұздардың, қышқылдардың және сілтілердің судағы ерітінділері электр тогын жақсы өткізеді. Оларды **электролиттер** немесе екінші текті өткізгіштер деп атайды.

Ерітілген заттың молекуласы еріткіш молекулаларының әсерінен оң және теріс иондарға ыдырайды, олар ток тасушылары болып табылады. Бұл процесс токқа тәуелсіз жүреді және **электролиттік диссоциация** деп аталады. **Диссоциация дәрежесі** деп электролиттің диссоциацияланған молекулалар санының оның молекулаларының жалпы санына қатынасын атайды



$$\alpha = \frac{n_{\text{дисс}}}{n}$$

Электр өрісі бар кезде әр аттас иондардың қарама-қарсы қозғалысы салдарынан ток пайда болады. Токтың тығыздығы мына өрнектің көмегімен анықталады

$$j = en_+ \langle v_+ \rangle + en_- \langle v_- \rangle = e\alpha n (\langle v_+ \rangle + \langle v_- \rangle).$$

Электр өрісінде ионның қозғалысына екі күш әсер етеді:  $F_{\text{эл}} = qE$  үдетуші электр күші және  $F_{\text{теж}} = 6\pi\eta r \langle v \rangle$  сұйықтың ішкі үйкелісінің тежегіш күші.

Қалыптасқан қозғалыс кезінде  $F_{\text{эл}} = F_{\text{теж}}$ , сонда

$$\langle v \rangle = \frac{qE}{6\pi\eta r} = bE,$$

мұндағы  $b = \frac{q}{6\pi\eta r}$  - ионның қозғалғыштығы. **Электролиттер Ом заңына бағынады:**

$$j = e\alpha n (b_+ + b_-) E,$$

мұндағы  $e\alpha n (b_+ + b_-) = \gamma$  электролиттің меншікті өткізгіштігі.

Электродтарда электролиттің химиялық құрамына кіретін заттардың бөліну процесін **электролиз** деп атайды..

**Электролиздің бірінші заңы:** электродта бөлінетін заттың массасы электролит арқылы өткен зарядқа пропорционал:

$$m = kq = kIt,$$

мұндағы  $k$  – **заттың электрохимиялық эквиваленті.**

**Электролиздің екінші заңы:** заттың электрохимиялық эквиваленті оның химиялық эквивалентіне пропорционал:

$$k = \frac{1}{F} \frac{M}{z},$$

мұндағы  $F = N_A e = 96484$  Кл/моль – **Фарадей саны** деп аталатын тұрақты,  $M$  - заттың молдік массасы,  $z$  - оның валенттілігі..

## 14 лекция МАГНИТИЗМ

### 14.1 Вакуумдағы магнит өрісі. Био-Савар-Лаплас заңы

820 жылы дат физигі Х. Эрстед магнит тілшесіне электр тогының бағыттайтын әсерін байқаған. Сол аралықта француз физигі А.М. Ампер тогы бар екі өткізгіштің өзара әсерлесуін ашып, толығымен зерттеді. Магниттік өзара әсерлесу тек қозғалыстағы электр зарядтарына (токтарға) тән екендігі анықталды. Токтардың магниттік өзара әсерлесуі материяның ерекше түрі – **магнит өрісі** - арқылы жүзеге асады. Магнит өрісінің негізгі қасиеті – сол өрісте орналасқан тогы бар өткізгішке күштің әсер етуі. Магнит өрісінің қасиеттерін зерттеу үшін тогы бар рамка қолданылады.

Берілген нүктедегі магнит өрісінің бағыты ретінде рамкаға жүргізілген  $\vec{n}$  оң нормалінің өрістегі бағыты алынады. Тогы бар рамкаға әсер ететін күштер жұбының айналдыру моменті

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}],$$

мұндағы  $\vec{p}_m = IS\vec{n}$  - тогы бар рамканың магниттік моменті,  $\vec{B}$  - магнит индукциясының векторы деп аталатын магнит өрісінің сандық сипаттамасы.

Біртекті магнит өрісінің берілген нүктесіндегі **магнит индукциясы** магниттік моменті бірге тең рамкаға, оған жүргізілген оң нормаль өріс бағытына перпендикуляр болғандағы, әсер ететін максималды айналдыру моменті арқылы анықталады.

Магнит индукцияның өлшем бірлігі - **тесла** (Тл).

$Idl$  элементі өрістің кейбір нүктесінде  $d\vec{B}$  индукциясын тудыратын  $I$  тогы бар өткізгіш үшін **Био-Савар-Лаплас заңы** төмендегідей өрнектеледі.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3},$$

мұндағы  $\vec{r}$  - токтың  $Idl$  элементінен өрістің қарастырылып отырған нүктесіне жүргізілген радиус-векторы,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнит тұрақтысы.

$d\vec{B}$  - ның бағыты  $d\vec{l}$  және  $\vec{r}$  векторларының бағытына перпендикуляр, яғни олар жатқан жазықтыққа перпендикуляр. Бұл бағытты **оң бұрғы ережесі** бойынша анықтауға болады: егер бұрғының ілгерілемелі қозғалысының бағыты элементтегі токтың бағытымен дәл келсе, онда бұрғы сабының айналу бағыты  $d\vec{B}$  векторының бағытымен дәл келеді.

$d\vec{B}$  векторының модулі төмендегі өрнекпен анықталады:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2},$$

мұндағы  $\alpha$  -  $\vec{r}$  және  $d\vec{l}$  векторлары арасындағы бұрыш.

Электр өрісі сияқты, магнит өрісі де **суперпозиция** принципіне бағынады: бірнеше токтар тудыратын қорытқы өрістің магнит индукциясы әрбір жеке токтың тудыратын өрістерінің магнит индукцияларының векторлық қосындысына тең:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i.$$

Био-Савар-Лаплас заңының суперпозиция принципімен қоса қолдануы кейбір токтардың магнит өрістерін анықтауға мүмкіншілік береді.

### 1. Түзу токтың магнит өрісі:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r},$$

мұндағы  $r$  - ток пен қарастырылып отырған нүктенің ара қашықтығы.

### 2. Дөңгелек токтың центріндегі магнит өрісі:

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{R},$$

мұндағы  $R$  - дөңгелек токтың радиусы.

**Магнит индукциясының сызықтары** деп әр нүктесінде жүргізілген жанамалары өрістің сол нүктесіндегі  $\vec{B}$  магнит индукциясы векторымен бағытталатын болатындай етіп жүргізілген сызықтарды атайды. Индукция сызықтарын оларға перпендикуляр орналасқан бірлік бет арқылы өтетін сызықтар саны сол жердегі  $\vec{B}$  векторының модуліне тең (немесе пропорционал) болатындай қоюлықпен жүргізеді.

Магнит индукциясының сызықтары әрқашан **тұйықталған** болады және тогы бар өткізгішті қамтиды. Үздіксіз сызықтарды иеленетін векторлық өрісті **құйынды** өріс деп атайды. **Магнит өрісі - құйынды өріс.**

Магнит өрісін сипаттау үшін магнит индукциясымен қатар басқа физикалық шаманы қолданады – ол магнит өрісінің  $\vec{H}$  кернеулігі. Вакуумде ол магнит индукция векторымен

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

өрнегі арқылы байланысқан.

Магнит өрісі кернеулігінің өлшем бірлігі – А/м.

**Магниттік кернеу** ұғымын енгізейік:

$$U_m = \int_L H_l dl$$

Магниттік кернеу  $L$  контурдың пішініне тәуелді, ол контурдың бастапқы және соңғы нүктелерінің орындарымен ғана анықталмайды.

Кез келген тұйық контур бойымен алынған магниттік кернеу ( $\vec{H}$  векторының циркуляциясы) нөлге тең емес. Ол осы контурмен қамтылған токтардың алгебралық қосындысына тең:

$$\oint_L H_l dl = \sum_{i=1}^n I_i$$

мұндағы  $n$  - пішіні кез келген  $L$  контурымен қамтылған тогы бар өткізгіштердің саны. Бұл  $\vec{H}$  векторының циркуляциясы жайлы теореманы басқаша вакуумдегі магнит өрісі үшін толық ток заңы деп де атайды.  $\vec{H}$  векторының циркуляциясы жайлы теореманың көмегімен соленоид және тороидтың магнит өрістерін анықтауға болады.

1. Ұзындығы  $l$ , орам саны  $N$  **соленоидтің** өрісі:

$$H = \frac{NI}{l}.$$

2. **Тороидтың**, яғни радиусы  $r$ , тор пішінді өзекшеге оралған сақина тәрізді катушканың, өрісі:

$$H = \frac{NI}{2\pi r},$$

мұндағы  $N$  - орамдар саны.

## 14.2 Ампер заңы. Лоренц күші.

Магнит өрісінің осы өрісте орналасқан  $I d\vec{l}$  ток элементіне әсер ететін  $d\vec{F}$  күші:

$$d\vec{F} = I [d\vec{l} \vec{B}].$$

$d\vec{F}$  векторының бағытын **сол қол ережесі** бойынша анықтауға болады: егер сол қолдың алақанын оған  $\vec{B}$  векторы кіретіндей, ал ашылған төрт саусақты өткізгіштегі токпен бағытталатындай етіп орналастырса, онда тік бұрышқа қайырылған бас бармақ токқа әсер ететін күштің бағытын көрсетеді. **Ампер күші** деп аталатын осы күштің модулі мына өрнектің көмегімен анықталады

$$dF = IBdl \sin \alpha ,$$

мұндағы  $\alpha$  -  $d\vec{l}$  және  $\vec{B}$  векторлары арасындағы бұрыш.  $r$  арақашықтықта жатқан, бойларында  $I_1$  және  $I_2$  тогы бар екі өзара параллель өткізгіштер бір бағыттағы ток өткен жағдайда бір-біріне тартылады да, қарама-қарсы бағытталған ток өткен жағдайда бір-бірінен тебіледі:

$$dF_{12} = dF_{21} = I_1 B_2 dl = I_2 B_1 dl = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{r} dl$$

Магнит өрісінде  $\vec{v}$  жылдамдықпен қозғалатын  $q$  электр зарядына әсер етуші күшті **Лоренц күші** деп атайды:

$$\vec{F} = q [\vec{v} \vec{B}].$$

Лоренц күшінің бағыты **сол қол ережесі** бойынша анықталады: егер сол қолдың алақанын оған  $\vec{B}$  векторы кіретіндей, ал ашылған төрт саусақты  $\vec{v}$  векторымен бағытталатындай етіп орналастырса, онда тік бұрышқа қайырылған бас бармақ оң зарядқа әсер ететін күштің бағытын көрсетеді.

Лоренц күшінің модулі:

$$F = qvB \sin \alpha ,$$

мұндағы  $\alpha$  -  $\vec{v}$  және  $\vec{B}$  векторларының арасындағы бұрыш.

## 14.3 Зарядталған бөлшектердің магнит өрісіндегі қозғалысы.

Егер бөлшек біртекті магнит өрісінде  $\vec{v} \perp \vec{B}$  жылдамдықпен қозғалатын болса, онда Лоренц күші модулі жағынан өзгермейді және бөлшек траекториясына қатысты нормаль бойымен бағытталады. Ньютонның екінші заңына сәйкес, бұл күш бөлшектің центрге тартқыш үдеуін анықтайды. Демек, бөлшек шеңбер бойымен бірқалыпты қозғалады. Шеңбердің радиусын

$qvB = \frac{mv^2}{r}$  шартынан анықтауға болады:

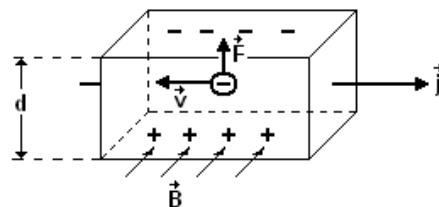
$$r = \frac{m v}{q B}$$

Бөлшектің айналу периоды

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{B q}$$

яғни біртекті магнит өрісінде бөлшектің айналу периоды бөлшектің  $\frac{q}{m}$  меншікті зарядына кері шамамен және өрістің  $B$  магнит индукциясымен ғана анықталады да, бірақ оның жылдамдығына тәуелсіз болады. Зарядталған бөлшектердің циклдік үдеткіштерінің жұмысы осыған негізделген.

Индукциясы  $\vec{B}$  магнит өрісінде орналасқан бойында тығыздығы  $\vec{j}$  тогы бар металда, бағыты  $\vec{j}$  және  $\vec{B}$  векторларына перпендикуляр болатын электр өрісінің пайда болуын **Холл эффекті** деп атайды.



Көлденең (Холл) потенциалдар айырмасы Лоренц күшінің салдарынан пайда болады және мынаған тең

$$\Delta\varphi = \frac{1}{ne} jdB = RjdB,$$

мұндағы  $R = \frac{1}{ne}$  - заттың тегіне тәуелді Холл тұрақтысы,  $n$  - ток тасушылардың шоғыры. Өлшенген Холл тұрақтысының мәні бойынша өткізгіштегі ток тасушылар зарядының таңбасы мен олардың шоғырын анықтауға болады. Холл эффекті аналогты есептеуіш машиналар мен өлшеуіш техникада тұрақты токтарды көбейту мақсатында (Холл датчиктері) және т.б. қолданылады.

#### 14.4 Магнит индукциясы векторының ағыны.

Индукциясы  $\vec{B}$  біртекті магнит өрісінде орналасқан жазық  $S$  ауданша арқылы өтетін магнит ағыны деп аталатын скалярлық шаманы мына өрнектің көмегімен анықтайды

$$\Phi = BS \cos \alpha = B_n S = \vec{B} \vec{S}$$

мұндағы  $\alpha$  -  $\vec{B}$  векторы және ауданшаға жүргізілген  $\vec{n}$  нормаль арасындағы бұрыш.

Магнит ағынының өлшем бірлігі – **вебер (Вб)**: 1 Вб дегеніміз индукциясы 1 Тл біртекті магнит өрісіне перпендикуляр орналасқан ауданы  $1 \text{ м}^2$  жазық бет арқылы өтетін магнит ағыны.

Біртекті емес магнит өрісінде орналасқан кез-келген  $S$  бет арқылы өтетін магнит ағынын

$$\Phi = \int_S B_n dS = \int_S \vec{B} d\vec{S}$$

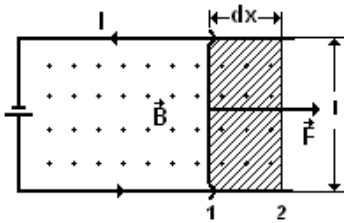
өрнектің көмегімен анықтайды.

Кез-келген **тұйық** бет арқылы өтетін магнит ағыны нөлге тең:

$$\oint_S B_n dS = 0$$

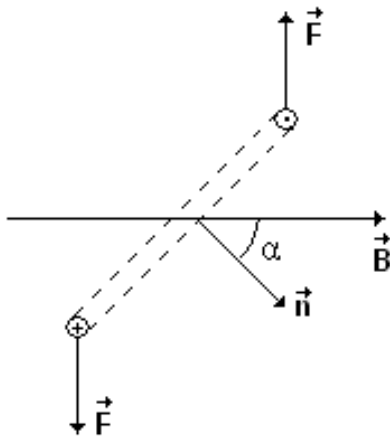
**Магнит индукциясының векторы үшін Гаусс теоремасы** деп аталатын бұл теорема магниттік зарядтардың табиғатта жоқтығын көрсетеді, соның салдарынан индукция сызықтарының не басы, не аяғы жоқ, демек олар тұйық болып табылады.

Тоғы бар өткізгішке магнит өрісі тарапынан Ампер күші әсер етеді. Егер өткізгіш бекітілмеген болса, онда ол Ампер күшінің әсерінен орын ауыстырады.



Сондағы магнит өрісінің атқаратын жұмысы:  
 $dA = F dx = IB l dx = IB dS = I d\Phi$ ,  
 мұндағы  $B dS = d\Phi$  дегеніміз  $dS = l dx$   
 ауданы арқылы өтетін магнит ағыны.

Сөйтіп, магнит өрісінде тоғы бар өткізгіштің орын ауыстыру кезінде атқарылатын жұмыс ток күші мен қозғалыстағы өткізгіштің қесіп өткен магнит ағынының көбейтіндісіне тең.



Тұрақты тоғы бар тұйық контур үшін оның шектеулі орын ауыстыру кезіндегі магнит өрісінің атқаратын жұмысы  $A = I \Delta \Phi$ .

Магнит өрісіндегі тоғы бар контурға, рамканың жазықтығын  $\vec{B}$  өрісіне перпендикуляр орналастыруға тырысатын,  $\vec{M}$  моментке ие **қос күш** әсер етеді.

Бұл **қос күштің моменті** мынаған тең:

$$\vec{M} = [p_m \vec{B}],$$

мұндағы  $\vec{p}_m = IS\vec{n}$  – контурдың магниттік

**моменті**. Қос күш моментінің модулі  $M = p_m B \sin \alpha$  мұндағы  $\alpha$  - рамканың жазықтығына жүргізілген  $\vec{n}$  нормаль бағыты мен магнит индукциясының  $\vec{B}$  векторы бағытының арасындағы бұрыш.

## 14.5 Электромагниттік индукция. Фарадей заңы.

Электр тогы өзінің айналасында магнит өрісін тудырады. Осыған кері құбылысты, яғни магнит өрісінің көмегімен токты қоздыруды, ашу үшін жасалған сансыз көп әрекеттер 1831 ж. табысты аяқталды. Бұл маңызды мәселені шешкен ағылшын физигі М. Фарадей **электромагниттік индукция құбылысын** ашты. Оның мағынасын былай тұжырымдауға болады: тұйық өткізгіш контурмен шектелген бет арқылы өтетін магнит ағыны өзгергенде сол контурда **индукциялық** деп аталатын электр тогы пайда болады. Индукциялық токтың пайда болуы тізбекте **электромагниттік индукцияның электр қозғаушы күші** бар екендігін көрсетеді. Индукциялық ток күшінің мәні, демек, индукцияның  $\varepsilon_i$  э.к.к.-н мәні де тек магнит ағынының өзгеру жылдамдығымен ғана анықталады, яғни

$$I_i \sim \varepsilon_i \sim \frac{d\Phi}{dt}.$$

**Фарадейдің электрмагниттік индукция заңы:** тұйық өткізгіш контурмен шектелген бет арқылы өтетін магнит ағынының өзгеру себебі қандай да болмасын, контурдағы пайда болатын э.к.к. мына өрнектің көмегімен анықталады

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Бұл өрнектегі минус таңбасы энергияның сақталу заңына негізделетін Ленц ережесінің салдары болып табылады.

**Ленц ережесі:** контурдағы индукциялық токтың бағыты әрдайым оның тудыратын магнит өрісі осы индукциялық токты қоздырған магнит ағынының өзгерісіне қарсы тұратындай жағдайда болады.

Тұрақты магнит өрісінде қозғалатын өткізгіштегі индукцияның э.к.к.-н қоздырылуына өткізгіштің қозғалысы кезінде пайда болатын Лоренц күші жауапты. Бірақ, ол күштің әсері арқылы айнымалы магнит өрісінде орналасқан қозғалмайтын контурдағы индукцияның э.к.к.-н пайда болуын түсіндіру мүмкін емес, себебі Лоренц күші тыныштық күйдегі зарядтарға әсер етпейді. Қозғалмайтын өткізгіштегі индукцияның э.к.к.-н түсіндіру үшін Максвелл **кез-келген айнымалы магнит өрісі қоршаған кеңістікте құйынды электр өрісін тудырады** деген болжам жасады. Айтылған сол құйынды электр өрісі өткізгіштегі индукциялық токтың пайда болуына себепті, ал оның кернеулік векторының кез-келген тұйық контур бойындағы нөлге тең емес циркуляциясы электрмагниттік индукцияның э.к.к.-і болып табылады:

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_e d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Электрмагниттік индукция құбылысын механикалық энергияны электр тогының энергиясына түрлендіру үшін пайдаланады. Осы мақсатпен



**айнымалы ток генераторлары** қолданылады. Егер біртекті магнит өрісінде рамка  $\omega$  бұрыштық жылдамдықпен бірқалыпты айналатын болса, онда рамкамен шектелген  $S$  бет арқылы өтетін магнит ағыны мына заң бойынша өзгереді

$$\Phi = BS \cos \alpha = BS \cos \omega t .$$

Айналу кезінде рамкада гармониялық заң бойынша өзгертін индукцияның айнымалы э.қ.к.-і пайда болады:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin \omega t = \varepsilon_m \sin \omega t ,$$

мұндағы  $\varepsilon_m = BS\omega$  - э.қ.к.-і тербелісінің амплитудасы.

## 14.6 Өзіндік индукция. Өзара индукция. Трансформатор

Тұйық контур бойымен өтетін электр тогы өзінің айналасында Био-Савар-Лаплас заңына сәйкес индукциясы токтың күшіне пропорционал магнит өрісін тудырады. Сондықтан контурмен шектелген бет арқылы өтетін магнит ағыныда контурдағы  $I$  ток күшіне пропорционал болады:

$$\Phi \sim B \sim I .$$

Осы тәуелділікті

$$\Phi = LI$$

өрнегімен көрсетуге болады, ал мұндағы  $L$  пропорционалдық коэффициентті контурдың **индуктивтілігі** деп атайды. Индуктивтіліктің өлшем бірлігі- **генри** (Гн): 1 Гн дегеніміз бойымен 1А ток өткенде 1 Вб магнит ағынын тудыратын контурдың индуктивтілігі.

Соленоидтің индуктивтілігі мынаған тең

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\frac{\mu_0 N^2 I}{l} S}{I} = \frac{\mu_0 N^2}{l} S ,$$

мұндағы  $N$  - орамдар саны,  $l$  - соленоидтің ұзындығы,  $S$  - оның көлденең қимасының ауданы.

Өзекшесіз соленоидтің индуктивтілігі  $L_0$ - ге тең болсын. Егер соленоидтің өзекшесі бар болса, онда оның индуктивтілігі басқа болады:

$$L = \mu L_0 ,$$

мұндағы  $\mu$  - соленоид өзекшесі **затының магниттік өтімділігі**.

Контурдағы ток күші өзгергенде, контурмен шектелген бет арқылы өтетін магнит ағыныда өзгереді, соның салдарынан **өздік индукцияның э.қ.к.-і** пайда болады:

$$\varepsilon_s = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(LI) = -\left( L \frac{dI}{dt} + I \frac{dL}{dt} \right) .$$

Егер контурдың пішіні және ортаның магниттік өтімділігі өзгермесе, онда  $L = const$ , сондықтан

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt},$$

мұндағы Ленц ережесінің салдары болып табылатын минус таңбасы, индуктивтіліктің бар болуы контурдағы ток өзгерісінің бәсеңдеуіне әкелетінін көрсетеді. Егер сыртқы ток уақытқа орай өсетін болса, онда өздік индукцияның тогы оған қарама-қарсы бағыттталып, оның өсуін баяулатады. Ал егерде сыртқы ток уақытқа орай кемитін болса, онда өздік индукция тогы онымен бағыттас болады да, сыртқы токтың кемуін бәсеңдетеді.

Тізбекті тұйықтау және ажырату кезінде пайда болатын қосымша токтарды **өздік индукцияның экстратоктары** деп атайды. Олар әсіресе индуктивтілігі үлкен тізбектерде айқын байқалады. **Ажырату экстратогы** ток көзінің тізбектен ажыратылған кезінде ток күші кемуінің бәсеңдеуіне әкеледі:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

**Тұйықтау экстратогы** ток көзі тізбекке жалғанатын кезде ток күшінің өсуін баяулатады:

$$I = I_0 \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right).$$

Егер екі 1 және 2 контур біріне-бірі жақын орналасса, онда олардың біріншісіндегі  $I_1$  токтың тудыратын магнит өрісінің индукция сызықтары екінші контурмен шектелген бетті тесіп өтеді. Осы бет арқылы өтетін  $\Phi_{21}$  магнит ағыны бірінші контурдағы  $I_1$  ток күшіне пропорционал

$$\Phi_{21} = L_{21} I_1,$$

мұндағы  $L_{21}$  пропорционалдық коэффициенті **өзара индукция коэффициенті** деп аталады.  $I_1$  тогы өзгерген кезде электромагниттік индукция заңына сәйкес екінші контурда пайда болатын э.к.к.

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21} \frac{dI}{dt}.$$

Сол сияқты құбылыс контурлардың рольдерін бір-бірімен ауыстырғанда да байқалады. Сонда  $L_{21}$  және  $L_{12}$  коэффициенттері бір біріне тең және контурлардың геометриялық пішіндеріне, олардың өзара орналасуына және қоршаған ортаның магниттік өтімділігіне тәуелді болады.

Контурлардың біреуінде ток күші өзгерген кезде, екінші контурда индукцияның э.к.к.-ң пайда болу құбылысын **өзара индукция** деп атайды.

Айнымалы токты түрлендіру үшін пайдаланылатын құралдың – **трансформатордың** - жұмысы өзара индукция құбылысына негізделген. Трансформатор бірімен-бірі темір өзекше арқылы индуктивті жалғанған екі орамалардан (бірінші және екінші) тұрады. Бірінші орамадағы  $\varepsilon_1$  э.к.к.-ң екінші

орамадағы  $\varepsilon_2$  э.к.к.-не қатынасы орамалардағы орамдар санының  $\frac{N_1}{N_2}$  қатынасына тең болады да **трансформация коэффициенті** деп аталады:

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{N_1}{N_2} = k.$$

Токтың магнит өрісінің энергиясын сол өрісті құру үшін токтың шығынданған жұмысы арқылы есептеуге болады:

$$W = A = \int_0^I Id\Phi = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}.$$

Токтың магнит өрісінің энергиясы тогы бар өткізгішті қоршаған кеңістікте шоғырланады. Магнит өрісі энергиясының өрнегін оның ішіне өріс сипаттамалары кіретіндей етіп түрлендіруге болады. Ол үшін энергиясы

$$W = \frac{1}{2} \mu\mu_0 \frac{N^2 I^2}{l} S$$

өрнектің көмегімен есептелетін соленоидтің ішіндегі біртекті магнит өрісін

алып қарастырайық. Соленоидтің магнит өрісінің кернеулігі  $H = \frac{NI}{l}$ ,

олай болса

$$W = \frac{1}{2} \mu\mu_0 H^2 V,$$

мұндағы  $Sl = V$  - соленоид өрісінің алатын көлемі.

Егер өріс біртекті болса, онда оның ішінде жиналған энергия кеңістікте  $\omega$  тұрақты тығыздықпен таралады:

$$\omega = \frac{1}{2} \mu\mu_0 H^2.$$

Магнит өрісінің кез келген нүктесіндегі **энергия тығыздығын** біле отыра, кез келген  $V$  көлемнің ішінде жиналған **магнит өрісінің энергиясын** табуға болады:

$$W = \int_V \omega dV = \int_V \frac{1}{2} \mu\mu_0 H^2 dV$$

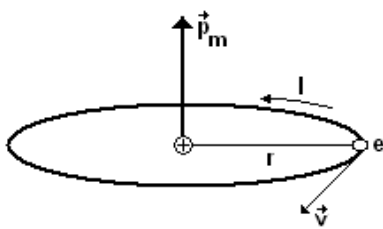
## 15 лекция

### ЗАТТАРДАҒЫ МАГНИТ ӨРІСІ

#### 15.1 Заттардың магниттік қасиеттері. Диа-және –парамагнетиктер. Ферромагнетиктер.

Магнит өрісіне орналастырылған барлық денелер магниттеледі. Осы құбылыстың пайда болу себебін түсіндірген А. Ампер, кез-келген денеде оның молекулаларының немесе атомдарының құрамына кіретін электрондардың қозғалысымен байланысқан микроскопиялық токтардың бар екендігін болжамдаған. Дөңгелек орбита бойымен қозғалатын электрон дөңгелек токқа баламалы, сондықтан ол  $\vec{p}_m = IS\vec{n}$  **орбиталды магниттік моментке** ие болады. Орбиталды магниттік моментің модулі:  $p_m = IS = evS$ ,

мұндағы  $I = \frac{e}{T} = ev$  - ток күші,  $v$  - электронның орбита бойымен айналу



жиілігі,  $S$  - орбита ауданы.

Кейін электрон орбиталды магниттік моменттен басқа өзінің **спин** деп аталатын меншікті механикалық моментімен байланысқан  $\vec{p}_{ms}$  **меншікті (спиндік) магниттік моментке**

ие болатындығы анықталды. Спин электронның заряды мен массасы сияқты, оның ажыратылмайтын қасиеті болып табылады.

Демек, электронның магниттік моменті оның орбиталды және спиндік магниттік моменттерінен құралады. Ядролардың магниттік моменттерін елемейтін болсақ, атомның магниттік моментін оның құрамына кіретін электрондардың магниттік (орбиталды және спиндік) моменттерінің векторлық қосындысы деп қарастыруға болады:

$$\vec{p}_a = \sum \vec{p}_m + \sum \vec{p}_{ms}$$

Сыртқы магнит өрісінде  $\vec{B}$  векторына қатысты қалай болса солай бағдарланған электронның орбитасы **прецессиялық** қозғалыс жасайды. Электрон орбитасының прецессиясы атомның магнит өрісін тудыратын дөңгелек токқа баламалы. Осылайша пайда болған атомдардың магнит өрістері сыртқы өріске қарсы бағытталады да қосыла отырып сыртқы магнит өрісін әлсірететін заттың магнит өрісін түзейді. Бұл құбылысты **диамагниттік эффект** деп атайды, ал сыртқы магнит өрісінде өріс бағытына қарсы магниттелетін заттар **диамагнетиктер** деп аталынады (Bi, Ag, Au, Cu, C, көптеген органикалық қоспалар).

Диамагнетизм барлық заттарға тән қасиет болғанымен, солардың кейбіреулерінде (жерде сирек кездесетін элементер, Pt, Al және т.б.) ол

парамагниттік эффектпен басылады. Парамагниттік заттардың атомдары сыртқы магнит өрісінсіз-ақ магниттік моменті иеленеді. Бірақ молекулалардың жылулық қозғалысы салдарынан атомдардың магниттік моменттері ретсіз бағдарланады да бір-бірлерін жойады. Сыртқы магнит өрісіне еңгізілген парамагнетикте атомдардың көпшілігінің магниттік моменттері өріс бойымен бағдарланады. Сөйтіп, **парамагнетик** сыртқы өріспен бағыттас, демек оны күшейтетін меншікті магнит өрісін туғыздыра магниттеледі. Бұл құбылысты **парамагниттік эффект** деп атайды.

Магниттелудің сандық сипаттамасы ретінде заттың бірлік көлемінің

$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{p}_a}{V}$$

магниттік моменті алынады. Бұл векторлық шаманы **магниттілік** деп атайды.

Заттың ішіндегі магнит өрісі екі өрістен тұрады: вакуумдегі магниттеуші токтың тудыратын  $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$  сыртқы өрісінен және магниттелетін заттағы молекулалық токтардың тудыратын  $\vec{B}'$  өрісінен:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$

Молекулалық токтардың тудыратын  $\vec{B}'$  өрісі  $\vec{J}$  магниттілікпен

$$\vec{B}' = \mu_0 \vec{J}.$$

ара катыспен байланысқан.

Сонда

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{J} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J})$$

Әлсіз өрістерде магниттілік магниттеуші өріс кернеулігіне тура пропорционал болатындығын тәжірибе көрсетеді:

$$\vec{J} = \chi \vec{H},$$

мұндағы  $\chi$  - **заттың магниттік қабылдағыштығы** деп аталатын өлшемсіз шама.

Сонда заттағы магнит өрісінің индукциясын мына түрде жазуға болады

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} = \mu_0 \mu \vec{H},$$

мұндағы өлшемсіз шама  $\mu$  - **заттың магниттік өтімділігі** болып табылады.

**Заттағы магнит өрісі үшін толық ток заңы:**

$$\oint_L B_l dl = \mu_0 (I + I'),$$

мұндағы  $I$  мен  $I'$  - кез-келген  $L$  тұйық контурмен қамтылатын макротоктар (өткізгіштік токтар) мен микротоктарға (молекулалық токтар) сәйкес.

Екі 1 және 2 заттың шекарасында  $\vec{B}$  және  $\vec{H}$  векторлары үшін төмендегі шарттар орындалады:

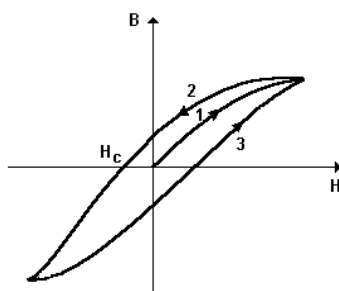
$$B_{n1} = B_{n2}, \quad \frac{B_{\tau 1}}{B_{\tau 2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}, \quad \frac{H_{n1}}{H_{n2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}, \quad H_{\tau 1} = H_{\tau 2}$$

Жоғарыда қарастырылған диа- және парамагнетиктерден басқа, күшті магниттелетін заттардың тағы бір тобы – **ферромагнетиктер** - бар. Ферромагнетиктер спонтанды (өз бетімен болатын) магниттілікті иеленеді, яғни олар сыртқы магнит өрісінсіз-ақ магниттеледі.

**Ферромагнетиктердің негізгі қасиеттері:**

1.  $\mu$  магниттік өтімділік өте үлкен мәндерге жетеді ( $10^6$  -ге дейін); 2.  $\mu$  магниттік өтімділік сыртқы магнит өрісінің  $H$  кернеулігіне тәуелді, яғни  $\vec{J}$  магниттілік және магнит өрісінің  $\vec{H}$  кернеулігі арасындағы байланыс сызықты емес функция;

**2. магниттік гистерезис;**



3. ферромагнетик өзінің ерекше қасиеттерінен айырылуына әкелетін сипатты температураның (**Кюри нүктесі**) бар болуы.

## 15.2 Электромагниттік өріске арналған Максвелл теңдеулерінің жүйесі.

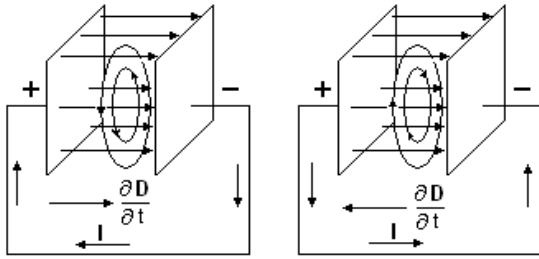
Электромагниттік индукцияның э.қ.к.-ін түсіндіру үшін Максвелл кез-келген айнымалы магнит өрісі өзінің айналасында құйынды электр өрісін туғызады деген гипотезаны ұсынды. Сонда индукциялық токтың пайда болуына себепкер сол құйынды электр өрісі болып табылады, ал оның кернеулік векторының циркуляциясы мынаған тең:

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = \oint_L E_{Bl} dl = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S}.$$

Егер бетпен контурдың орындары өзгермесе, онда дифференциалау және интегралдау операцияларының ретін өзгертуге болады

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

Максвелл пікіріне сәйкес, егер кез-келген айнымалы магнит өрісі өзін қоршаған кеңістікте құйынды электр өрісін қоздыратын болса, онда осыған кері құбылыста болуға тиіс, яғни: электр өрісінің кез-келген өзгерісі қоршаған кеңістікте құйынд магнит өрісінің пайда болуына әкеледі. Өзгеріп отыратын электр өрісі және ол қоздырған магнит өрісінің арасындағы сандық ара қатысты анықтау үшін Максвелл **ығысу тогы** ұғымын еңгізді. **Ығысу тогының тығыздығы**



$$\vec{j}_{\text{в}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Өткізгіштік тогының өзіне тән барлық физикалық қасиеттердің ішінен ығысу тогы тек біреуін, атап айтқанда, қоршаған кеңістікте магнит өрісін тудыру қабілеттілігін, иеленеді. Толық ток өткізгіштік тогымен ығысу

тогының қосындысына тең. **Толық ток тығыздығы**

$$\vec{j}_{\text{мол}} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Сонда  $\vec{H}$  векторының циркуляциясы жайлы жалпы теореманы мына түрде жазуға болады

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}.$$

**Интегралды түрдегі Максвелл теңдеулерінің толық жүйесі:**

$$1. \oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S};$$

$$2. \oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S};$$

$$3. \oint_S \vec{D} d\vec{S} = q = \int_V \rho dV$$

$$4. \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

**Электромагниттік толқындардың** – кеңістікте шектелген жылдамдықпен таралатын айнымалы электромагниттік өрістің - бар болуы Максвелл теңдеулерінің салдары. Электромагниттік өрісті тудыратын зарядтар мен токтардан алыс жатқан біртекті және изотропты ортадағы айнымалы электромагниттік өрістің  $\vec{E}$  және  $\vec{H}$  кернеулік векторлары толқындық теңдеуге бағынады:

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad \Delta \vec{H} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2},$$

мұндағы  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  - Лаплас операторы,  $v$  - толқынның фазалық жылдамдығы. **Электромагниттік толқындардың фазалық жылдамдығы** мына өрнектің көмегімен анықталады

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}},$$

мұндағы  $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$  - электромагниттік толқынның вакуумдегі жылдамдығы.

Электромагниттік толқын **көлднен**: электр және магнит өрістерінің  $\vec{E}$  және  $\vec{H}$  кернеулік векторлары өзара перпендикуляр бола отырып толқынның таралу жылдамдығының  $\vec{v}$  векторына перпендикуляр орналасқан жазықтықта жатады, және де  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  және  $\vec{v}$  векторлары оң бұрандалы жүйені құрайды.

Тәжірибе жүзінде алғаш рет электромагниттік толқындарды неміс физигі Г. Герц **ашық тербелмелі контурдың** көмегімен алды. Герц тәжірибелері электромагниттік толқындардың қозу және таралу заңдары Максвелл теңдеулерімен толық сипатталатынын көрсетті.

Электромагниттік толқын энергиясының  $\omega$  көлемдік тығыздығы электр және магнит өрістерінің  $\omega_{эл}$  және  $\omega_m$  көлемдік тығыздықтарының қосындысы болып табылады:

$$\omega = \omega_{эл} + \omega_m = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon E^2 + \frac{1}{2} \mu_0 \mu H^2.$$

Уақыттың кез келген мезеті үшін электр және магнит өрістерінің тығыздықтары өзара тең, яғни  $\omega_{эл} = \omega_m$ . Сондықтан

$$\omega = 2\omega_{эл} = \varepsilon_0 \varepsilon E^2 = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \sqrt{\varepsilon \mu} E H.$$

Энергияның  $\omega$  тығыздығын толқынның ортадағы  $v$  таралу жылдамдығына көбейте отырып, энергия ағынының тығыздық модулін табуға болады:

$S = \omega v = E H \cdot \vec{E}$ ,  $\vec{H}$  және  $\vec{v}$  векторларының бағыттарын ескерсек, **электромагниттік энергия ағынының тығыздық векторын (Умов-Пойнтинг векторы)** мына түрде жазуға болады

$$\vec{S} = [\vec{E} \vec{H}].$$



## ҚОЛДАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

- 1 Абдулаев Ж. Физика курсы. Алматы “Білім”, 1994
- 2 Трофимова Т.И. Физика курсы. – М.: Наука, 1979-1987
- 3 Яворский Б.М., Детлаф А.А. Физика курсы. – М.: Высшая школа, 1989
- 4 О. Ө. Мұсабеков, .Ш. Көшкімбаева. Тірек конспектілері